



11 Aufgaben

mit Lösungen

Celina Titze und David Kanevski

haben die Aufgaben und die Lösungen vorbereitet
und weihnachtlich verpackt.

Sarah Alber

hat die Aufgaben illustriert.

Dr. Olga Lomonosova und Dr. Albert Oganian

haben bei der Vorbereitung der Aufgaben geholfen.

Schuljahr 2019 / 2020



1. Dezember



Nach der schweren Arbeit in der Werkstatt des Weihnachtsmannes wollen sich fünf Wichtel für ein Dart-Turnier treffen. Dabei soll jeder Wichtel einmal gegen jeden anderen Wichtel spielen. Jedes Spiel kostet 2€. Wie viel Geld müssen alle Wichtel zusammen zahlen?

Lösung:

Jeder Wichtel muss gegen die vier anderen Wichtel einmal spielen. Dabei soll jedes Spielpaar nur ein Spiel gegeneinander spielen. Insgesamt werden $\frac{5 \cdot 4}{2} = 10$ Spiele gespielt.

Antwort: alle zusammen müssen 20€ zahlen.

2. Dezember

Die Wichtel sollen für den Weihnachtsmann ein neues Paar schwarze Stiefel und einen neuen Mantel kaufen. Als der Weihnachtsmann nach dem Preis für die einzelnen Teile fragt, können die Wichtel nur noch sagen, dass der Mantel 65 € mehr gekostet hat als die Stiefel und dass sie insgesamt 201 € ausgegeben haben. Wie viel haben die einzelnen Sachen gekostet?



Lösung:

Wenn der Mantel und das Paar Stiefel gleich teuer wären, würden sie je $(201 \text{ €} - 65 \text{ €}) : 2 = 68 \text{ €}$ kosten. $68 \text{ €} + 65 \text{ €} = 133 \text{ €}$

Antwort: der Mantel kostet 133 € und das Paar Stiefel kostet 68 €.

3. Dezember



Die Wichtel sollen, ein sehr kompliziertes Spielzeug entwerfen. Deshalb stellt der Weihnachtsmann ihnen vorab folgendes Rätsel, um ihr Konzentrationsfähigkeit zu testen.

Die Summe zweier ganzen Zahlen beträgt 10 und ihr Quotient ist 4. Welche sind die beiden gesuchten Zahlen?

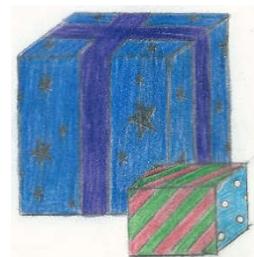
Lösung:

Wenn der Quotient der beiden Zahlen 4 ist, dann ist die 1. Zahl vier Mal größer als die 2. Zahl. Das bedeutet, dass die Summe der beiden Zahlen fünf Mal größer ist als die 2. Zahl. Dementsprechend ist die 2. Zahl zwei und die 1. Zahl ist acht.

Antwort: die beiden Zahlen sind 2 und 8.

4. Dezember

In der Werkstatt des Weihnachtsmannes werden jeden Tag tausende von Geschenken hergestellt. Diese müssen anschließend in das Lagerhaus gegenüber gebracht werden. Da es mehrere Stockwerke in der Werkstatt gibt, sind diese mit einem Fahrstuhl verbunden, um den Elfen die Arbeit zu erleichtern. Im Erdgeschoß werden keine Spielzeuge gelagert, im ersten Obergeschoß befinden sich die Spielzeuge für die Kinder von 1 bis 6, im zweiten Obergeschoß - für die Kinder von 7 bis 12 und im dritten - für die Kinder von 13 bis 18.



Welcher Knopf im Aufzug wird am häufigsten gedrückt?

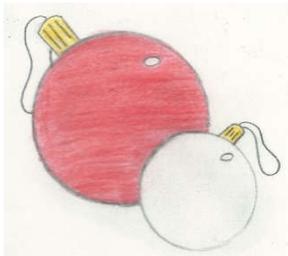


Lösung:

alle Elfen fahren mit den Geschenken zu jedem Stockwerk sowie ohne Geschenke zurück zum Lager über dem Erdgeschoß.

Antwort: der Knopf für das Erdgeschoss wird am häufigsten gedrückt.

5. Dezember



Der Weihnachtsmann hat 400 Tannenbaumkugeln. 99% der Kugeln sind rot, die andren sind weiß. Er will zuerst so viele rote Tannenbaumkugeln aufhängen, dass übrig nur noch 98% rote Kugeln bleiben. Wie viele rote Kugeln muss er aufhängen?

Lösung 1:

99% von 400 = 396, was bedeutet, dass 396 Kugel rot und 4 Kugel weiß sind.

Unter der übrig gebliebenen Kugel sind 98% rot und 2% weiß. Daraus folgt, dass jede weiße Kugel 0,5% entspricht und 98% entsprechen 196 rote Kugel.

Also, es bleiben 196 rote und 4 weiße Kugel. $396 - 196 = 200$.

Lösung 2:

Es gab 1% weißer Kugeln und es soll 2% weißer Kugeln werden. Wenn der Anteil der weißen Kugeln sich verdoppelt, soll die Gesamtzahl der Kugeln halbiert werde. Also, es bleiben 200 Kugeln und es gab 400 Kugeln.

Antwort: Er muss 200 rote Kugeln aufhängen.

6. Dezember

Ein Wichtel soll für den Weihnachtsmann 3 rote Christbaumkugeln aus dem Keller holen. Jedoch ist im Keller mal wieder das Licht ausgefallen und im Schrank mit den Kugeln befinden sich nicht nur 110 rote Kugeln, sondern auch 21 silberne und 15 blaue Kugeln.

Wie viele Kugeln muss der Wichtel mindestens mitbringen, damit er in jedem Fall mindestens 3 rote Kugeln dabei hat?



Lösung:

Wenn der Wichtel weniger als 39 Kugeln mitbringt, ist es möglich, dass er die 36 andersfarbigen Kugeln und weniger als 3 rote Kugeln dabei hat.

Nimmt er jedoch 39 Kugeln, so hat er selbst, wenn er alle 36 andersfarbigen Kugeln erwischt, 3 rote Kugeln dabei.

Antwort: der Wichtel soll mindestens 37 Kugeln mitbringen.

7. Dezember



Rudolph, das Rentier, kauft einen schönen Sattel für 60 Euro. Nach einem Jahr verkauft er den Sattel für 70 Euro. Aber schon nach einigen Tagen bedauert er den Verkauf, und er kauft seine schönen Sattel zurück. Leider kostet das ihn 80 Euro. Ein Jahr später beschließt er, den Sattel endgültig für 90 Euro zu verkaufen. Wie viel Gewinn hat er gemacht?



Lösung:

Zusammengerechnet hat er die Sattel für $60 \text{ €} + 80 \text{ €} = 140 \text{ €}$ gekauft und für $70 \text{ €} + 90 \text{ €} = 160 \text{ €}$ verkauft. $160 \text{ €} - 140 \text{ €} = 20 \text{ €}$

Antwort: er hat 20 Euro Gewinn gemacht.

8. Dezember

Nach einer anstrengenden Schicht in der Spielzeugproduktion will sich ein Wichtel einen Spaß machen und stellt seinen Wichtelfreunden ein Rätsel: zuerst hebt er zwei Finger und fragt welche Zahl das sei. Er bekam keine Antwort und somit antwortete er selber „Es sind vier.“ Er gibt ihnen noch eine Chance und hebt vier Finger und beantwortet wieder selbst seine Frage „Auch dieses Mal sind es vier.“

Welches Prinzip kann dahinterstecken?



Lösung 1: Es geht nicht direkt um die Anzahl der Finger an sich, sondern um die Anzahl der Buchstaben im Wort, der die Anzahl der Finger angibt.

Das Wort „zwei“ hat vier Buchstaben, deswegen ist die Antwort „vier“. Das Wort „vier“ hat auch vier Buchstaben, deswegen ist die Antwort auch „vier“.

Lösung 2: der Wichtel sagt die Anzahl der Finger, wenn es eine Quadratzahl ist, ansonsten der Quadrat dieser Zahl.

9. Dezember



Vom Nordpol führen zwei Wege mit je einem Elfen. Einer der Wege führt zum Weihnachtsmann, der andere zu Grinch. Einer der Elfen sagt immer die Wahrheit, der andere lügt immer. Welcher der beiden vor welchem Weg steht, ist unbekannt.

Du stehst am Nordpol vor den beiden Wegen.

Um herauszufinden, welcher Weg zum Weihnachtsmann führt, darfst du einem der Elfen eine Ja/Nein-Frage stellen.

Wie lautet die Frage, die du stellen musst, um den Weg zum Weihnachtsmann zu finden?

Lösung:

„Wenn ich den anderen Fragen würde, ob er vor dem Weg zum Weihnachtsmann steht, würde er mit ‚Ja‘ antworten?“

Es gibt vier Fälle, je nachdem, wer gefragt wird und vor welchem Weg dieser steht.

Gefragt wird	Dieser Steht vor dem Weg zum	Der Andere steht vor dem Weg zum	Antwort
Wahrheit sagender	Weihnachtsmann	Grinch	Ja
Wahrheit sagender	Grinch	Weihnachtsmann	Nein
Lügner	Weihnachtsmann	Grinch	Ja
Lügner	Grinch	Weihnachtsmann	Nein

Daraus folgt, dass genau dann, wenn die Antwort „Ja“ lautet, muss der Weg des befragten Elfen genommen werden.

Andere mögliche Frage: „Würde der andere Elf sagen, dass dieser Weg zum Grinch führt?“



10. Dezember

Der Nordpol ist nur mit dem Schiff oder dem fliegenden Schlitten des Weihnachtsmannes zu erreichen. Der Weihnachtsmann hat vier Schiffe, die die benötigten Materialien an den Nordpol für die Produktion der Spielzeuge bringen können. Das erste Schiff legt alle 4 Wochen am Nordpol an, das zweite Schiff - alle 8 Wochen, das dritte Schiff - alle 12 Wochen und das vierte Schiff - alle 16 Wochen.



Nach wie vielen Wochen treffen sich alle Schiffe zum ersten Mal wieder am Nordpol, wenn sie gleichzeitig losgefahren sind?

Lösung:

Gesucht wird der kleinste gemeinsame Vielfache, der Zahlen 4, 8, 12 und 16.

$\text{kgV}(4, 8, 12, 16) = 48$.

Antwort: nach 48 Wochen treffen sich alle Schiffe zum ersten Mal wieder am Nordpol.

11. Dezember

Das Team des Weihnachtsmannes besteht aus Rentieren und Elfen. Als er am Vortag des Weihnachtsfestes nach der aller guckt, zählt er 40 Augen und 64 Beine.

Es ist bekannt, dass jeder Rentier vier Beine und zwei Augen hat und dass jeder Elf zwei Beine und zwei Augen hat. Wie viele Rentiere und wie viele Elfen helfen dem Weihnachtsmann?



Lösung:

Wenn der Weihnachtsmann 40 Augen sieht, helfen ihm 20 Mitarbeiter. Wenn alle Mitarbeiter Elfen wären, hätten sie alle 40 Beine. Der Weihnachtsmann hat aber 24 Beine mehr gezählt, was bedeutet, dass er auch die Rentiere hat. Jedes Rentier hat zwei Beine mehr als ein Elf. Daraus folgt, dass es $24 : 2 = 12$ Rentiere und $20 - 12 = 8$ Elfen gibt.

Antwort: dem Weihnachtsmann helfen 12 Rentiere und 8 Elfen.

