

# jugend forscht

## 2016

---

### Tims Trio Tracker - Ein Programm zur Analyse des Trio-Spiels

---

Von Tim Palm

Klasse 8a

LGH Schwäbisch Gmünd

Betreuerin: Dr. Olga Lomonosova

## Kurzfassung

Motiviert durch eine ungeklärte Spielsituation wurde ein Computerprogramm zur Analyse des Mathematikspiels TRIO geschrieben. Neben der Beantwortung der Ursprungsfrage, ob eine bestimmte Suchzahl in einem vorgegebenen Spielfeld kombiniert werden kann, wurde das Programm um zusätzliche Analysemöglichkeiten erweitert. Es ist dem Benutzer möglich, statistische Analysen verschiedener Trio-Spielfelder durchzuführen. Beispielsweise können die Spielfelddimensionen und die Häufigkeitsverteilungen der Ziffern variiert werden.

Aufgrund von Rechenzeitbeschränkungen konnten maximal  $10^7$  zufällig angeordnete Spielfelder analysiert werden. Aus einer Variation der untersuchten Spielfeldanzahlen innerhalb einer Analyse lässt sich vermuten, dass gemittelte Ergebnisse bereits bei  $10^6$  untersuchten Spielfeldern konstant sind. Bei Betrachtungen von Extremereignissen wie das maximale Vorkommen einer Suchzahl lässt sich jedoch erwartungsgemäß nur ein Mindestwert ableiten.

Untersuchungen haben ergeben, dass die Suchzahl 11 mit der Standardverteilung der Ziffernkärtchen am häufigsten kombinierbar ist. Dies ist auch unabhängig von der Spielfelddimension. Der Einfluss von weiteren Parametern wie Regelanpassungen, Häufigkeitsverteilungen von Ziffernkärtchen wurde ebenfalls untersucht.

## Inhalt

1	Einleitung.....	1
2	Vorgehensweise .....	2
2.1	Gewählter Ansatz .....	2
2.2	Funktionalität und Umsetzung.....	2
2.3	Programmbeschreibung.....	3
2.4	Ergebnisdarstellungen.....	4
3	Ergebnisse.....	6
3.1	Untersuchungen am Standardspielfeld.....	6
3.1.1	Voruntersuchung zur notwendigen Feldanzahl für die Analyse .....	6
3.1.2	erweiterte Kombinationsregeln .....	9
3.1.3	sortiertes Spielfeld.....	10
3.2	Untersuchungen des Spielfeldes mit verschiedenen Verteilungen .....	10
3.2.1	nur gerade Zahlen .....	11
3.2.2	nur ungerade Zahlen .....	12
3.3	Untersuchungen an dimensionsunterschiedlichen Spielfeldern .....	12
4	Diskussion.....	15
5	Zusammenfassung.....	15

## 1 Einleitung

Bei dem Gesellschaftsspiel Trio handelt es sich um ein Mathematikspiel der Firma Ravensburger. Kennengelernt habe ich das Spiel im Mathematikunterricht und daraufhin eine Ausgabe von meinen Eltern geschenkt bekommen. Das Spielfeld besteht aus 49 Kärtchen, auf denen Ziffern von 1 bis 9 abgebildet sind. Diese Kärtchen werden in einer 7x7 Matrix angeordnet.



Abb.1: Trio Spielfeld

Im Verlauf des Spiels werden dann zufällig Suchzahlen zwischen 1 und 50 von gesonderten Kärtchen gezogen. Es gilt als erster eine Kombination von drei nebeneinanderliegenden Kärtchen zu finden, die entsprechend der nachfolgenden Rechenregeln die gesuchte Zahl ergeben. Hierbei kann man horizontale, vertikale oder diagonale Anordnungen verwenden. Diese Rechenoperationen sind möglich:

- 1. Zahl \* 2. Zahl + 3. Zahl
- 1. Zahl \* 2. Zahl - 3. Zahl
- 3. Zahl \* 2. Zahl + 1. Zahl
- 3. Zahl \* 2. Zahl - 1. Zahl
- 1. Zahl \* 3. Zahl + 2. Zahl
- 1. Zahl \* 3. Zahl - 2. Zahl

Die rot hinterlegten Kombinationen wurden in der heimischen Spielpraxis bisher nicht verwendet und somit aus der Untersuchung ausgeschlossen. Der Einfluss dieser erweiterten Kombinationsregeln auf die Suchzahlen wird in Kap. 3 jedoch untersucht.

Bei einem eigenen Spieldurchgang hat sich die in Abb.1 gezeigte Spielfeldsituation ergeben. Als Suchzahl wurde die 30 gefordert. Nachdem über einen längeren Zeitraum erfolglos nach entsprechenden Kombinationen gesucht wurde, ergab sich die Frage, ob die Suchzahl 30 in diesem Spielfeld eventuell gar nicht kombinierbar ist.

Aus dieser Fragestellung entstand die Motivation mit Hilfe eines Computerprogramms das betreffende Spielfeld systematisch zu analysieren, um zu entscheiden, ob die 30 übersehen wurde oder tatsächlich nicht vorhanden ist.

Das dann erstellte Computerprogramm TTT (Tims Trio Tracker) wurde im weiteren Verlauf dann so erweitert, dass weitere allgemeine Analysen des Spiels durchgeführt werden können. Insbesondere sollte Frage geklärt werden, welche Suchzahl sich im Mittel am häufigsten kombinieren lässt und

welchen Einfluss die Dimension des Spielfeldes auf die maximale Kombinationsanzahl hat. Einzelheiten dazu werden in den nachfolgenden Abschnitten erläutert.

## 2 Vorgehensweise

### 2.1 Gewählter Ansatz

Als Entwicklungsumgebung wurde die Programmiersprache C# (ausgesprochen: "C-Sharp") gewählt. C# ist eine .NET Programmiersprache, die von der Firma Microsoft entwickelt wurde. Sie ist eine objektorientierte Sprache und beinhaltet ähnliche Strukturen wie Java, Delphi, C und C++. Sie ist sehr benutzerfreundlich, da ihre Syntax sehr verständlich ist.

### 2.2 Funktionalität und Umsetzung

Nachdem die ursprüngliche Aufgabe das Spielfeld auf vorgegebene Suchzahlen zu prüfen, erledigt war, wurde das Programm in seinem Funktionsumfang weiterentwickelt.

Zum einen wurde die Möglichkeit geschaffen, beliebig viele zufällig angeordnete Spielfelder statistisch zu analysieren. Bei derartigen Untersuchungen werden vier Analysetypen in Diagrammform ausgegeben. So sollte die Frage nach der am häufigsten zu bildenden Suchzahl beantwortet werden.

Weiterhin kann der Benutzer alternative Verteilungen der Ziffern 1 – 9 auf den Spielfeldkärtchen erstellen. Somit kann der Einfluss der Verteilungen auf die Ergebniseigenschaften geprüft werden.

Zudem ist es auch möglich, von der 7x7 Standardspielfeldgröße abweichende Spielfelddimensionen zu untersuchen.

In Summe besteht das vollständige Programm aus ca. 1000 Zeilen Quellcode.

In der Suchroutine werden alle möglichen Kombinationen errechnet und mit der gesuchten Zahl verglichen. Dieser Vorgang vollzieht sich in drei Stufen. Zunächst werden alle horizontalen, dann alle vertikalen und abschließend alle diagonalen Kombinationen durchlaufen.

Exemplarisch ist in Abb. 2 ein Auszug aus der Suchroutine für die horizontalen Kombinationen aufgelistet. Die „Suche“ wird aufgerufen und ihr wird die gesuchte Zahl (Variable gz) übergeben. Zunächst werden zwischen Zeile 152 und 156 Variablen deklariert. Der Feldvariablen „array“ werden alle Einträge des Spielfeldes aus der grafischen Benutzeroberfläche übergeben (Zeile 158-164). Die horizontale Suche beginnt dann in Zeile 171. Hier läuft der Index über alle Zeilen (dim) und der Laufindex j über die Spalten. Hier wird jedoch schon in der drittletzten Spalte gestoppt, da ab hier die letzte 3er-Kombination verfügbar ist. In Zeile 175-178 werden alle möglichen 3er-Kombinationen für die aktuelle Feldposition gebildet. Sind die erweiterten Kombinationsregeln (siehe rot hinterlegte Kombinationen in Kap.1) in der GUI aktiviert, werden diese ebenfalls berechnet (Zeile 181-182). In Zeile 185 wird dann geprüft, ob eine der berechneten Kombinationen (k1 bis k6) der gesuchten Zahl (gz) entspricht. Wenn dies der Fall ist, wird die Variable für die Trefferanzahl n um 1 erhöht, sowie die Feldindex der betreffenden Kombination in der Feldvariablen „treffer“ gespeichert.

```

150 private int suche(int gz)
151 {
152     //Feldvariable (array) array anlegen
153     int[,] array = new int[dim+1, dim+1];
154     int k1,k2,k3,k4,k5,k6,n;
155     k5 = 0;
156     k6 = 0;
157
158     for (int i = 1; i <= dim; i++)
159     {
160         for (int j = 1; j <= dim; j++)
161         {
162             array[i, j] = Int32.Parse(textboxen[(i - 1) * dim + (j - 1)].Text);
163         }
164     }
165
166     //gz = Int32.Parse(GesuchteZahl.Text);
167     n=0;
168
169     // Horizontal prüfen
170
171     for (int i = 1; i <= dim; i++)
172     {
173         for (int j = 1; j <= dim-2; j++)
174         {
175             k1 = array[i, j] * array[i, j + 1] + array[i, j + 2];
176             k2 = array[i, j] * array[i, j + 1] - array[i, j + 2];
177             k3 = array[i, j] + array[i, j + 1] * array[i, j + 2];
178             k4 = -array[i, j] + array[i, j + 1] * array[i, j + 2];
179             if (chBERwKomb.Checked == true)
180             {
181                 k5 = array[i, j] * array[i, j + 2] + array[i, j + 1];
182                 k6 = array[i, j] * array[i, j + 2] - array[i, j + 1];
183             }
184
185             if ((k1 == gz) || (k2 == gz) || (k3 == gz) || (k4 == gz) || (k5 == gz) || (k6 == gz)) {
186                 n++;
187                 treffer[n, 1] = (i - 1) * dim + j;
188                 treffer[n, 2] = (i - 1) * dim + j+1;
189                 treffer[n, 3] = (i - 1) * dim + j+2;
190             }
191         }
192     }

```

Abb.2: Auszug des Quelltextes der Suchroutine

## 2.3 Programmbeschreibung

In Abb.3 ist die Benutzeroberfläche inkl. der Elementerläuterungen zu sehen. Über die Eingabe der gesuchten Zahl und anschließender Bestätigung auf OK wird das links dargestellte Spielfeld auf die Zahl hin untersucht. Die Anzahl der gefundenen Kombinationen sowie deren Lage werden angezeigt. Eine weitergehende Analyse des Spielfeldes ist mit dem Knopf „Analyse“ möglich. Die Analyseart „einzeln“ wertet lediglich das aktuelle Spielfeld aus, während „mehrfach“ eine angegebene Anzahl von zufällig angeordneten Spielfeldern analysiert.

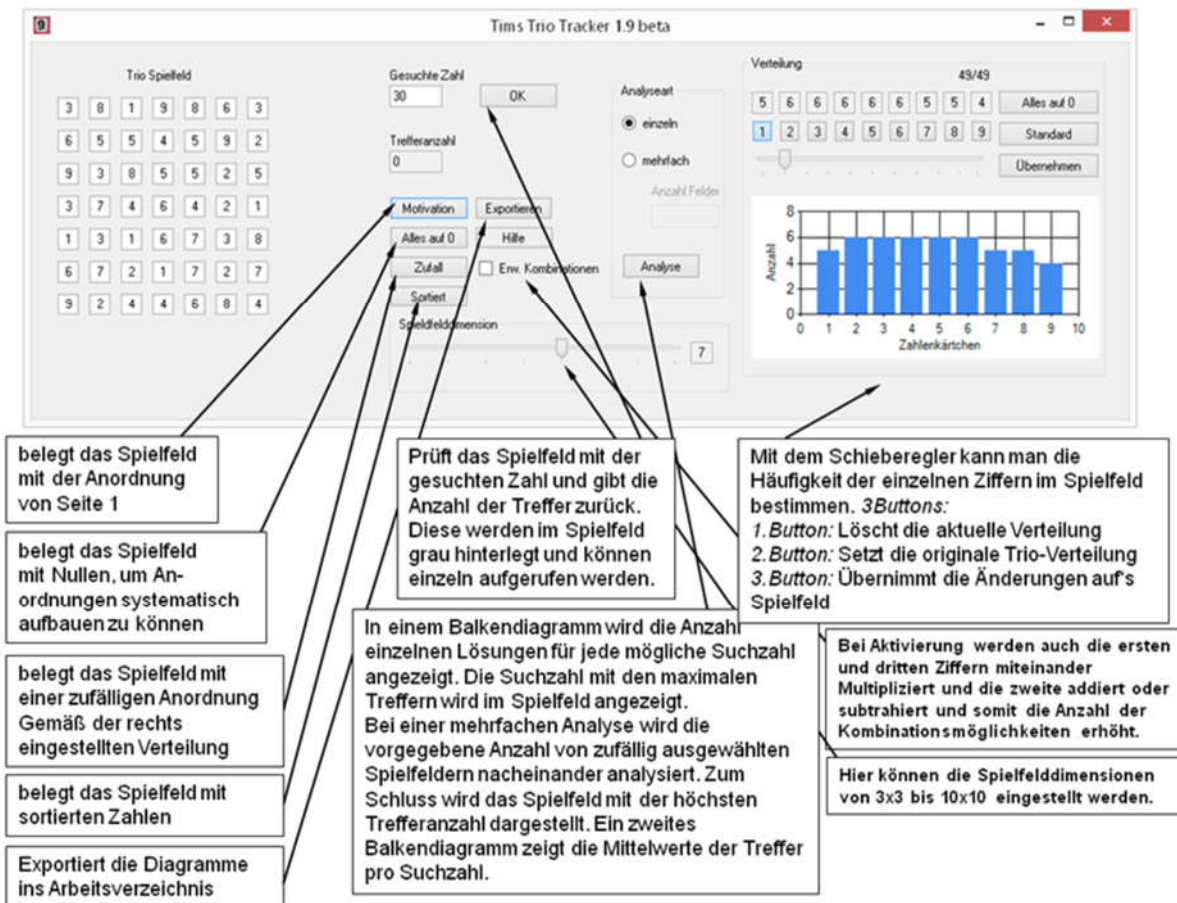


Abb.3: Grafische Benutzeroberfläche von TTT

## 2.4 Ergebnisdarstellungen

Die Ergebnisse der Analyse werden in bis zu vier Diagrammen gezeigt. Dabei sind auf der x-Achse immer die Suchzahlen aufgetragen. Im Maximum kann diese einen Wert von 90 haben, da dies der höchstmöglichen Kombination von drei Neunen entspricht ( $9 \cdot 9 + 9$ ).

**oben links:** Es wird die Häufigkeitsverteilung der einzelnen Suchzahlen für das aktuelle Spielfeld dargestellt. (einzige Anzeige bei Analyseart „einzeln“, bei „mehrfach“ wird das Diagramm mit dem größten Einzelvorkommnis gezeigt)

Abb.4 zeigt beispielhaft das Diagramm für das Spielfeld aus Abb.1. Hier ist zu erkennen, dass die Suchzahl 30, deren Auffinden das Projekt motiviert hat, tatsächlich nicht vorhanden ist. (bei den erweiterten Kombinationsregeln ist sie hingegen vorhanden)

Die Suchzahlen 15 und 17 lassen sich auf 16 verschiedene Arten am häufigsten kombinieren.

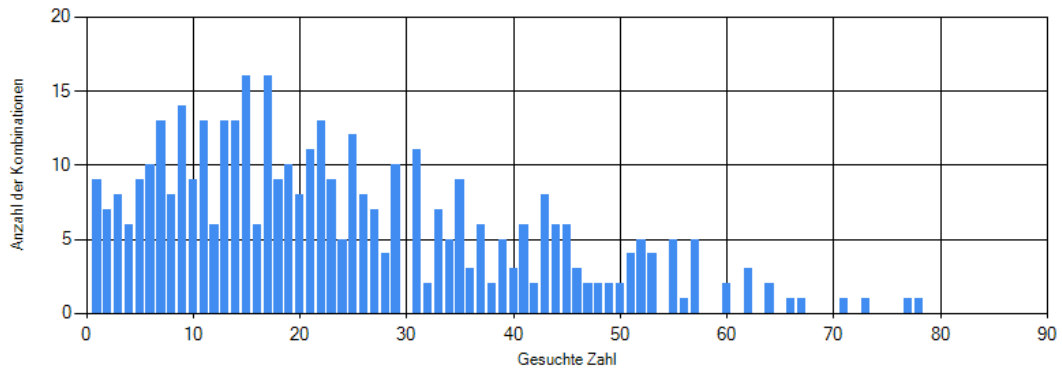


Abb.4: Häufigkeitsverteilung der einzelnen Suchzahlen innerhalb eines Spielfeldes

**unten links:** Abb.5 zeigt die durchschnittlichen Vorkommnisse aller Suchzahlen über alle geprüften Spielfelder. Beispielsweise kann die Suchzahl 20 durchschnittlich etwas über 8 Mal in einem Spielfeld kombiniert werden.

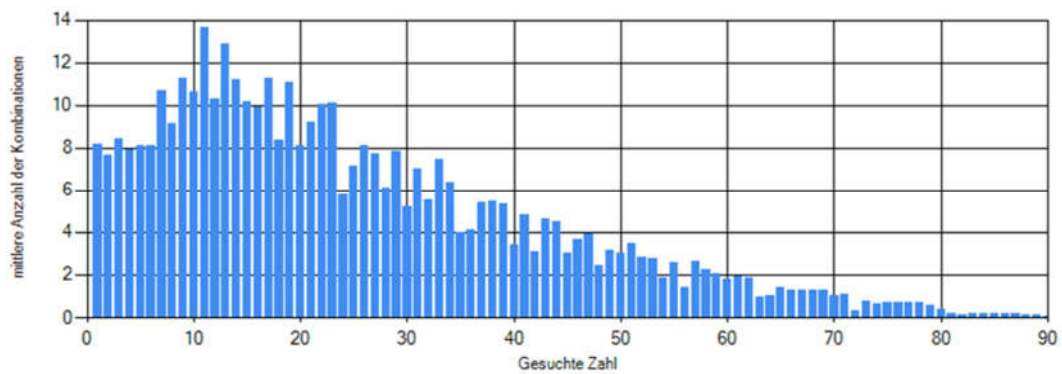


Abb.5: durchschnittliche Häufigkeitsverteilung der Suchzahlen über alle untersuchten Spielfelder

**oben rechts:** Dem in Abb.6 gezeigten Diagramm kann man für jede Suchzahl die maximale Anzahl der Kombinationsmöglichkeiten über alle untersuchten Spielfelder entnehmen. Die Suchzahl 7 z.B. ist in einem der untersuchten Spielfelder 30 mal kombinierbar. Dieser Wert stellt das Maximum aller betrachteten Spielfelder für diese Suchzahl dar.

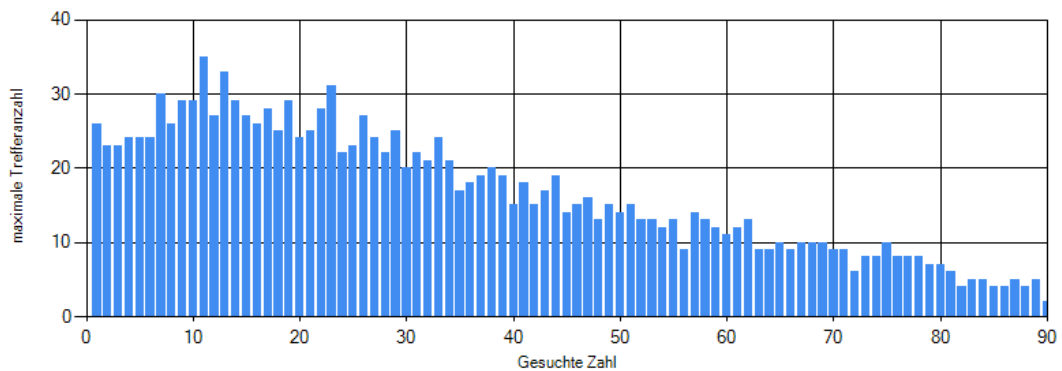


Abb.6: maximale Kombinationsmöglichkeiten pro Suchzahl über alle untersuchten Spielfelder



**unten rechts:** Lässt sich in einem Spielfeld eine Suchzahl nicht kombinieren, so wird dies als Nullvorkommnis gewertet. Abb.6 zeigt die Anzahl dieser Nullvorkommnisse über alle untersuchten Spielfelder an. In allen analysierten Spielfeldern kommt die Suchzahl 13 vier Mal nicht vor. Diese Diagramme sind in der y-Achse immer bei 10 begrenzt, um den interessanten Bereich kleiner Vorkommnisse besser anzeigen zu können.

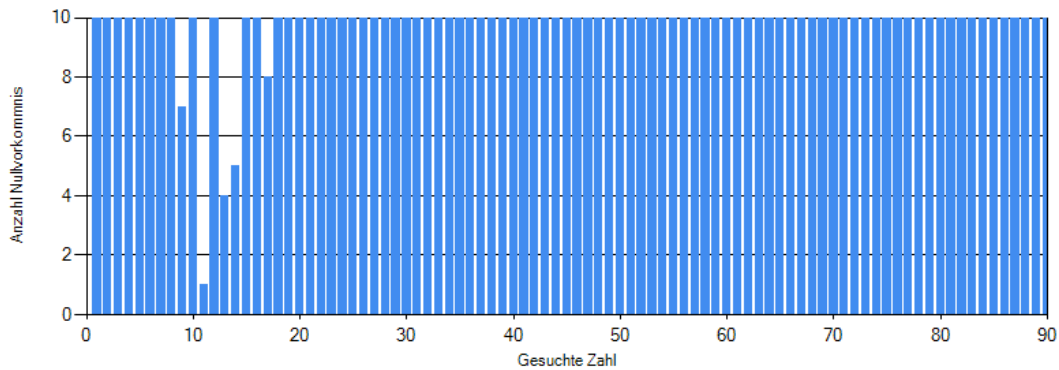


Abb.7: Anzahl der Nullvorkommnisse über alle untersuchten Spielfelder

### 3 Ergebnisse

#### 3.1 Untersuchungen am Standardspielfeld

##### 3.1.1 Voruntersuchung zur notwendigen Feldanzahl für die Analyse

In dem Spielfeld mit der Standardgröße von  $7 \times 7 = 49$  Feldern gibt es eine Vielzahl von Kombinationsmöglichkeiten. Für den Fall, dass es 49 verschiedene Zahlen von den Kärtchen geben würde, wäre die Anzahl  $k_0$  der möglichen Feldanordnungen  $49!$  ( $49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$ ). Mit  $n=49$  gilt also:

$$k_0 = n! = 6.082 \times 10^{62} \quad (1)$$

Allerdings gibt es in dem Triospielfeld nicht 49, sondern nur 9 verschiedene Ziffern. Die Verteilung dieser 9 Ziffern ist in Abb. 8 zu sehen.



Abb.8: Verteilung der Kärtchen bei einem Standardspielfeld

Deshalb ergibt sich eine kleinere Anzahl an möglichen Spielfeldern, da einige Kombinationen nach Formel (1) mehrfach gezählt würden. Die in Formel (1) aufgeführte Zahl, muss um diese Mehrfachkombinationen reduziert werden. Entsprechend der Standardverteilung ergibt sich

folgender Zusammenhang für die tatsächlichen Kombinationsmöglichkeiten  $k$  mit den Häufigkeiten der einzelnen Ziffern  $n_i$ .

$$k = \frac{n!}{n_1! \times n_2! \times n_3! \times n_4! \times n_5! \times n_6! \times n_7! \times n_8! \times n_9!} \quad (2)$$

$$k = \frac{49!}{5! \times 6! \times 6! \times 6! \times 6! \times 6! \times 5! \times 5! \times 4!} = \frac{6.0828 \times 10^{62}}{8.0245 \times 10^{21}} = 7.5803 \times 10^{40} \quad (3)$$

Mit den zu Verfügung stehenden Rechenmöglichkeiten ist es unmöglich, alle Felder auszuwerten. Erste Laufzeittests mit TTT haben ergeben, dass eine Analyse von  $10^7$  Feldern bereits 7 Tage benötigt und dies die Grenze der rechenbaren Felder ist.

Selbst auf dem derzeit schnellsten Rechner der Welt (Tianhe-2 in der National University of Defense Technology in China) mit einer Rechenleistung von 33.8 PetaFLOPS =  $3.38 \cdot 10^7$  GigaFLOPS wäre die Rechenzeit für die Auswertung aller möglichen Spielfelder in einem Bereich  $10^{27}$  Jahren. Dies übersteigt das Alter unseres Universums um ein Vielfaches.

Deshalb wurde untersucht, welchen Einfluss die Anzahl der analysierten Felder auf die Ergebnisse hat. Abb.9 zeigt die durchschnittlichen Kombinationsmöglichkeiten der Suchzahlen in Abhängigkeit der analysierten Feldanzahlen. Man kann erkennen, dass es mit größer werdenden Feldanzahlen keine Differenzen zwischen den durchschnittlichen Häufigkeitsverteilungen mehr gibt. Die Diagramme von  $10^6$  und  $10^7$  sind praktisch identisch. Für alle weiteren Analysen werden somit nur  $10^6$  Felder ausgewertet.

Weiterhin kann man erkennen, dass die Suchzahl 11 durchschnittlich am häufigsten kombinierbar ist. Das bedeutet für die Spielpraxis, dass die 11 die größten Chancen auf das Finden einer Kombination bietet.

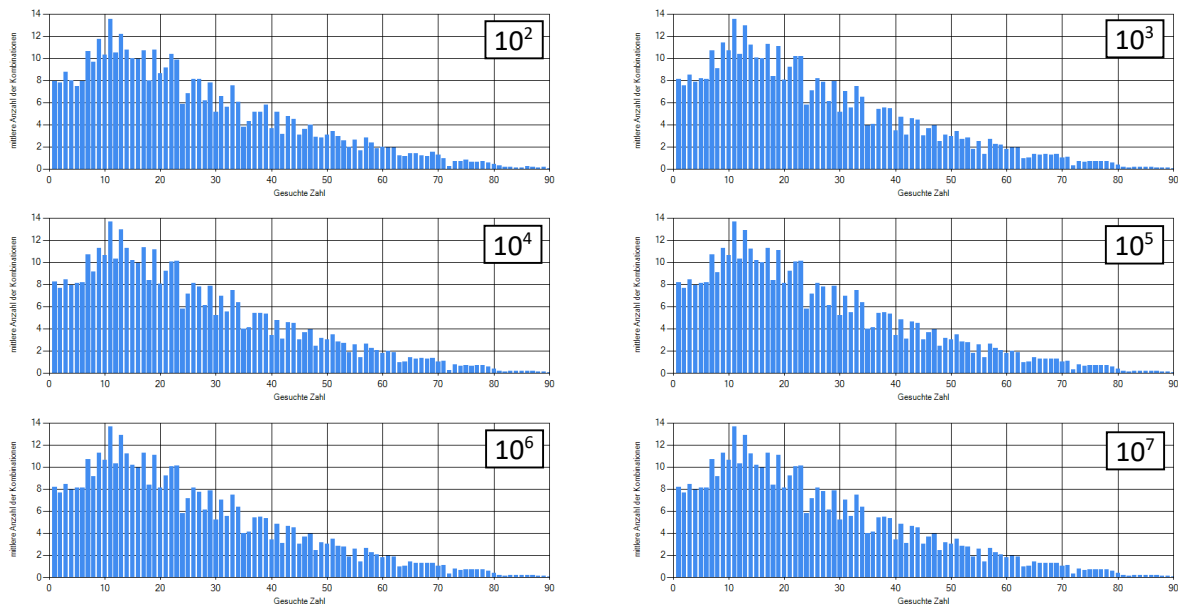


Abb.9: durchschnittliche Kombinationsmöglichkeiten der Suchzahlen in Abhängigkeit der analysierten Feldanzahlen ( $10^2$ ,  $10^3$ ,  $10^4$ ,  $10^5$ ,  $10^6$ ,  $10^7$  von links oben nach rechts unten)

Im Gegensatz zu den Diagrammen in Abb.9 wird das maximale Vorkommnis einer Suchzahl mit größerer Anzahl von untersuchten Feldern nicht konstant. Dies ist auch ersichtlich, wenn man bedenkt, dass mit maximal  $10^7$  Auswertungen nur ein Bruchteil der möglichen Feldanordnungen analysiert wurde. Die 35 Vorkommnisse der Suchzahl 11 bei  $10^7$  Auswertungen sind daher nur als ein Minimum zu interpretieren, da die Analyse weiterer Felder noch größere Vorkommnisse einer Suchzahl liefern wird. Eine Aussage über das absolute Maximum ist mit den vorliegenden Daten nicht möglich. (s. Abb.10)

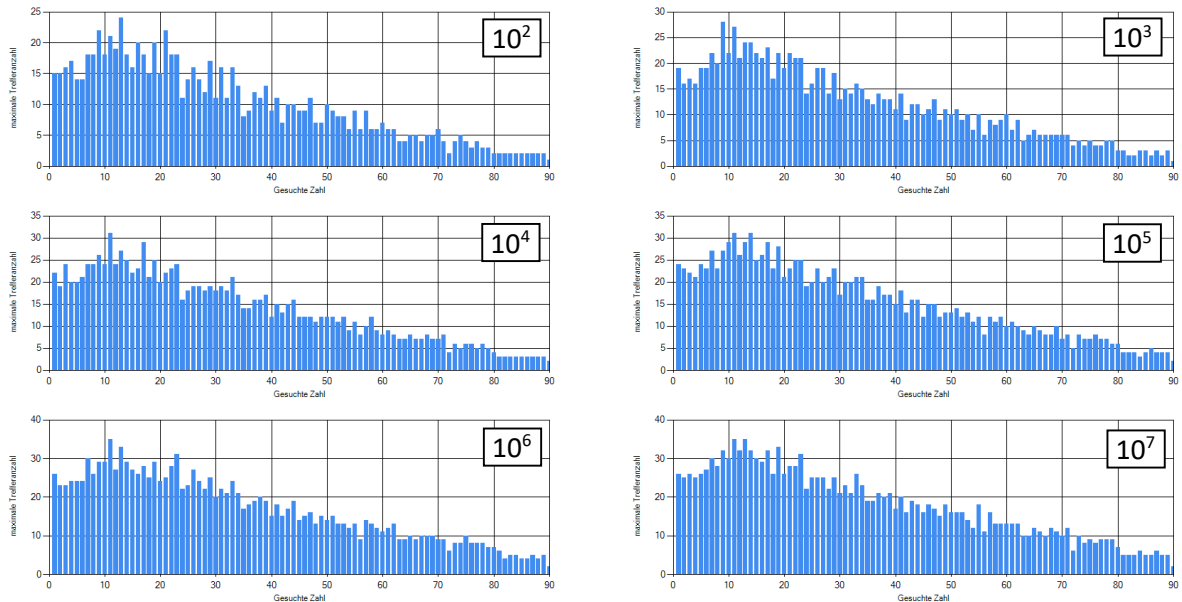


Abb.10: maximalen Kombinationsmöglichkeiten der einzelnen Suchzahlen in Abhängigkeit der analysierten Feldanzahlen ( $10^2$ ,  $10^3$ ,  $10^4$ ,  $10^5$ ,  $10^6$ ,  $10^7$  von links oben nach rechts unten)

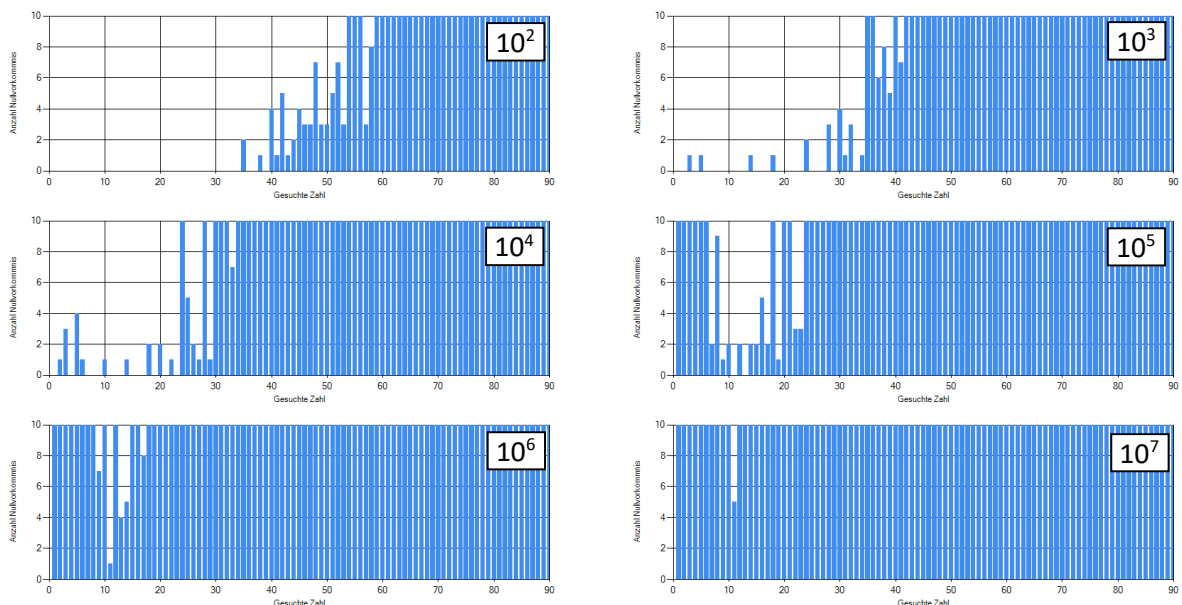


Abb.11: Nullvorkommnisse der einzelnen Suchzahlen in Abhängigkeit der analysierten Feldanzahlen ( $10^2$ ,  $10^3$ ,  $10^4$ ,  $10^5$ ,  $10^6$ ,  $10^7$  von links oben nach rechts unten)

Das Gleiche gilt für Betrachtung der Nullvorkommnisse. Auch hier kann man in Abb.11 sehen, dass die Diagramme ihr Aussehen mit der Größe der Anzahl der Felder verändern. Zum Beispiel hat sich die erste Vermutung nicht bestätigt, dass die Suchzahl 11 wegen ihrer Maximaleigenschaft sich in jedem Spielfeld kombinieren lässt. Bei  $10^6$  untersuchten Feldern, war eines dabei, bei dem sich die Suchzahl 11 nicht kombinieren lässt. Erwartungsgemäß erhöht sich diese Anzahl auf 5 bei  $10^7$  analysierten Feldern.

### 3.1.2 erweiterte Kombinationsregeln

Nun wurden Spielfelder mit erweiterten Kombinationsregeln untersucht. Hier ist es nun möglich, zwei weitere Kombinationsmöglichkeiten also insgesamt sechs anzuwenden. (siehe Kap. 1) Wie man absehen kann (Abb.12), kommen bei den erweiterten Kombinationen nun mehr mögliche Kombinationen vor. Die 11 bleibt die Zahl mit den meisten Treffern. Allerdings erhöht sich die Trefferanzahl von ca. 14 auf etwas über 18. Dies ist nur ein Zuwachs um 28% und nicht, wie man vielleicht vermuten könnte, um 50%, da es nun auch 50% mehr Kombinationsmöglichkeiten gibt. Eine ähnliche Erhöhung tritt auch bei den maximalen Trefferanzahlen auf (35 auf 44).

Durch die größeren Kombinationsmöglichkeiten lässt sich die 11 bei  $10^7$  untersuchten Spielfeldern immer bilden (keine Nullvorkommnisse) während es vorher fünf Konstellationen gab, bei denen sich die 11 nicht bilden ließ.

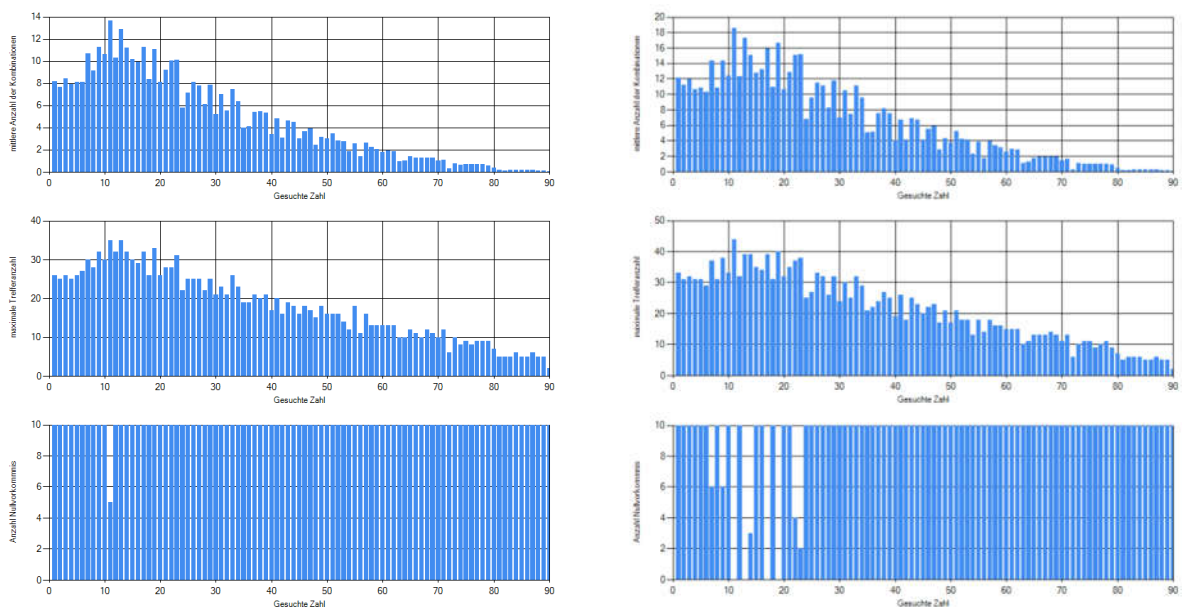


Abb.12: Einfluss der normalen (links) und erweiterten (rechts) Kombinationsmöglichkeiten  
 oben: Durchschnittsvorkommnisse  
 mitte: Maximalvorkommnisse  
 unten: Nullvorkommnisse

### 3.1.3 sortiertes Spielfeld

Hier wurde ein Spielfeld untersucht, bei dem die Zahlen aufsteigend sortiert angeordnet sind (Abb. 13).

1	1	1	1	1	2	2
2	2	2	2	3	3	3
3	3	3	4	4	4	4
4	4	5	5	5	5	5
5	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	8	8
8	8	8	9	9	9	9

Abb. 13: sortiertes Spielfeld

Abb. 14 zeigt einen Vergleich zwischen den mittleren Vorkommnissen jeder Zahl bei zufällig generierten Spielfeldern und einem sortierten Spielfeld. Wie bereits erwähnt kommt die 11 in der zufälligen Anordnung am häufigsten vor. Bei einem sortierten Spielfeld hingegen ist dies nicht der Fall. Hier ist die 7 mit 24 Vorkommnissen maximal. Aufgrund der Ansammlung von kleinen Ziffern in der oberen Hälfte des Spielfeldes, ist die 7 nun sehr häufig zu bilden. Einige größere Zahlen kommen im Gegenzug gar nicht vor.

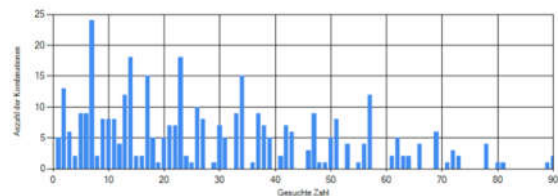
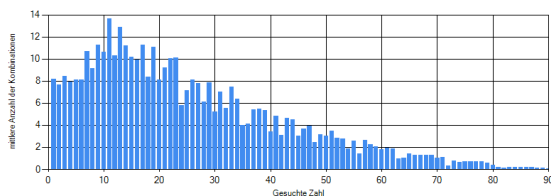


Abb.14: Analyse von Spielfeldern in zufälliger (links) und sortierter (rechts) Anordnung

## 3.2 Untersuchungen des Spielfeldes mit verschiedenen Verteilungen

In dieser Sektion wurde das Programm um die Funktion erweitert, dass man die Häufigkeiten der Spielfeldziffern variieren kann. In der originalen Verteilung kommen die einzelnen Ziffern, wie in Abb.15 gezeigt, vor. Mithilfe von Schiebereglern kann man hier die Häufigkeit einstellen.



Abb. 15: originale Häufigkeitsverteilung der Ziffern auf dem Spielfeld

### 3.2.1 nur gerade Zahlen

Bei dieser Untersuchung wurden ausschließlich gerade Zahlen als Spielfeldziffern vorgegeben. Abb. 16 zeigt deren Verteilung und wiederum  $10^6$  zufällig angeordnete Spielfelder untersucht.



Abb. 16: Häufigkeitsverteilung mit nur geraden Zahlen

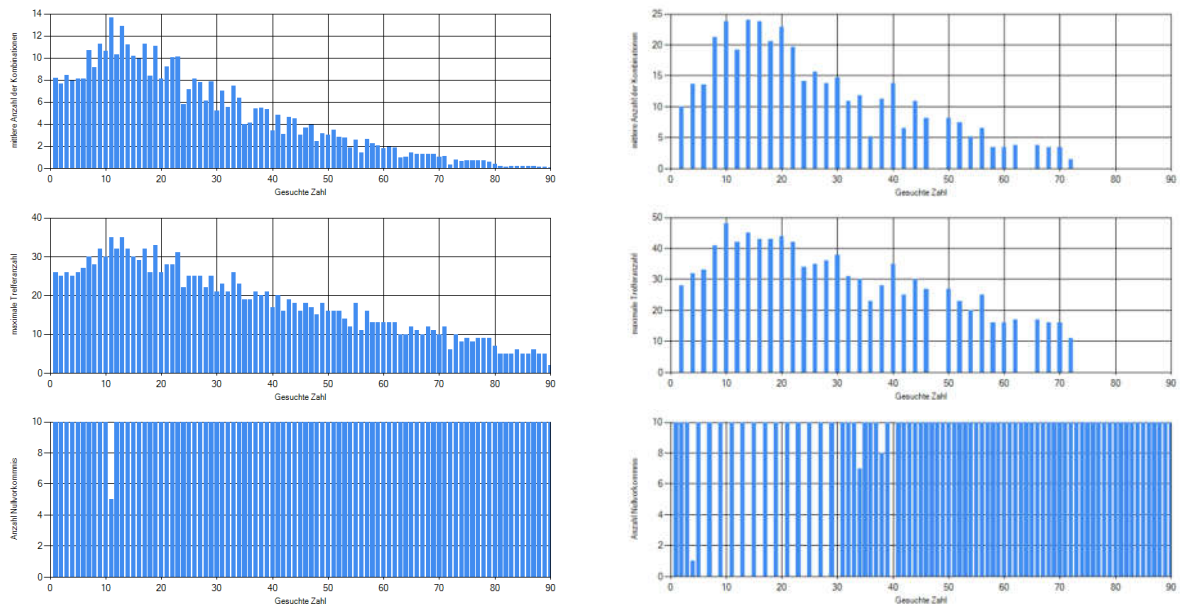


Abb.17: Vergleich der originalen (links) und ausschließlich geraden (rechts) Verteilung  
 oben: Durchschnittsvorkommnisse  
 mitte: Maximalvorkommnisse  
 unten: Nullvorkommnisse

In Abb.17 kann man erkennen, dass in der geraden Verteilung auch nur gerade Zahlen als Suchzahlen herauskommen. Das liegt daran, dass eine gerade Zahl multipliziert mit einer anderen geraden Zahl addiert oder subtrahiert mit noch einer geraden Zahl, stets eine gerade Zahl ergibt. Da die 11 somit nicht gebildet werden kann, ist folglich die 10 die Zahl mit den maximalen Vorkommnissen. Interessanterweise lässt sich die 48 gar nicht bilden. Die einzige Multiplikation mit einem Ergebnis in der Nähe ist  $6 \cdot 8$  und ergibt bereits genau die Suchzahl.  $6 \cdot 6$  oder  $8 \cdot 8$  liegen bereits mehr als 8 Ziffern von der 48 entfernt.

### 3.2.2 nur ungerade Zahlen

Analog zum vorangegangenen Abschnitt, wurden hier Spielfelder mit ausschließlich ungeraden Ziffern gebildet. Die entsprechende Verteilung ist in Abb. 18 zu sehen.



Abb. 18: Häufigkeitsverteilung mit nur ungeraden Zahlen

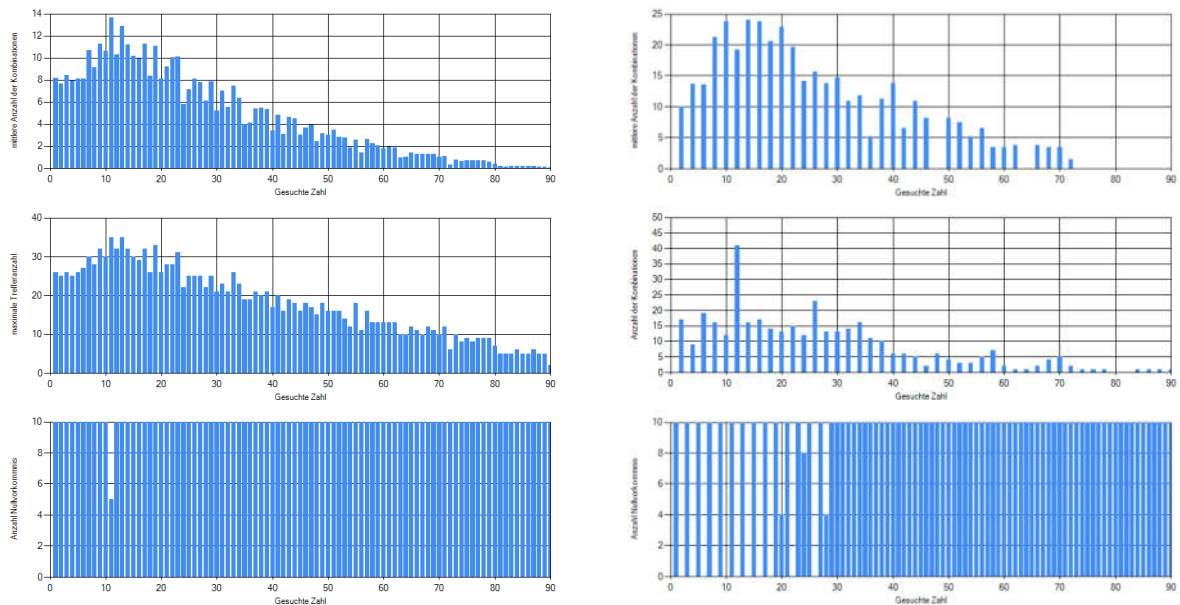


Abb.19: Vergleich der originalen (links) und ausschließlich ungeraden (rechts) Verteilung  
 oben: Durchschnittsvorkommnisse  
 mitte: Maximalvorkommnisse  
 unten: Nullvorkommnisse

Wie auch schon bei den geraden Zahlen, kommen hier ebenfalls nur gerade Suchzahlen vor. Das lässt sich dadurch erklären, dass die Multiplikation zweier ungerade Zahlen immer eine ungerade Zahl ergibt.

### 3.3 Untersuchungen an dimensionsunterschiedlichen Spielfeldern

Eine weitere Untersuchung galt der Spielfelddimension. In den bisherigen Fällen wurde stets die Standardspielfeldgröße von 7 x 7 verwendet. Im Folgenden soll geprüft werden, welchen Einfluss unterschiedliche Spielfeldgrößen auf die Lösungseigenschaften haben.

Beim Ändern der Spielfelddimensionen ist es notwendig, die Häufigkeitsverteilungen der Ziffern anzupassen. Dabei wurde darauf geachtet, dass die Verteilungscharakteristik ähnlich dem Standardfeld bleibt. In Abb.20 sind die entsprechenden Verteilungen dargestellt.

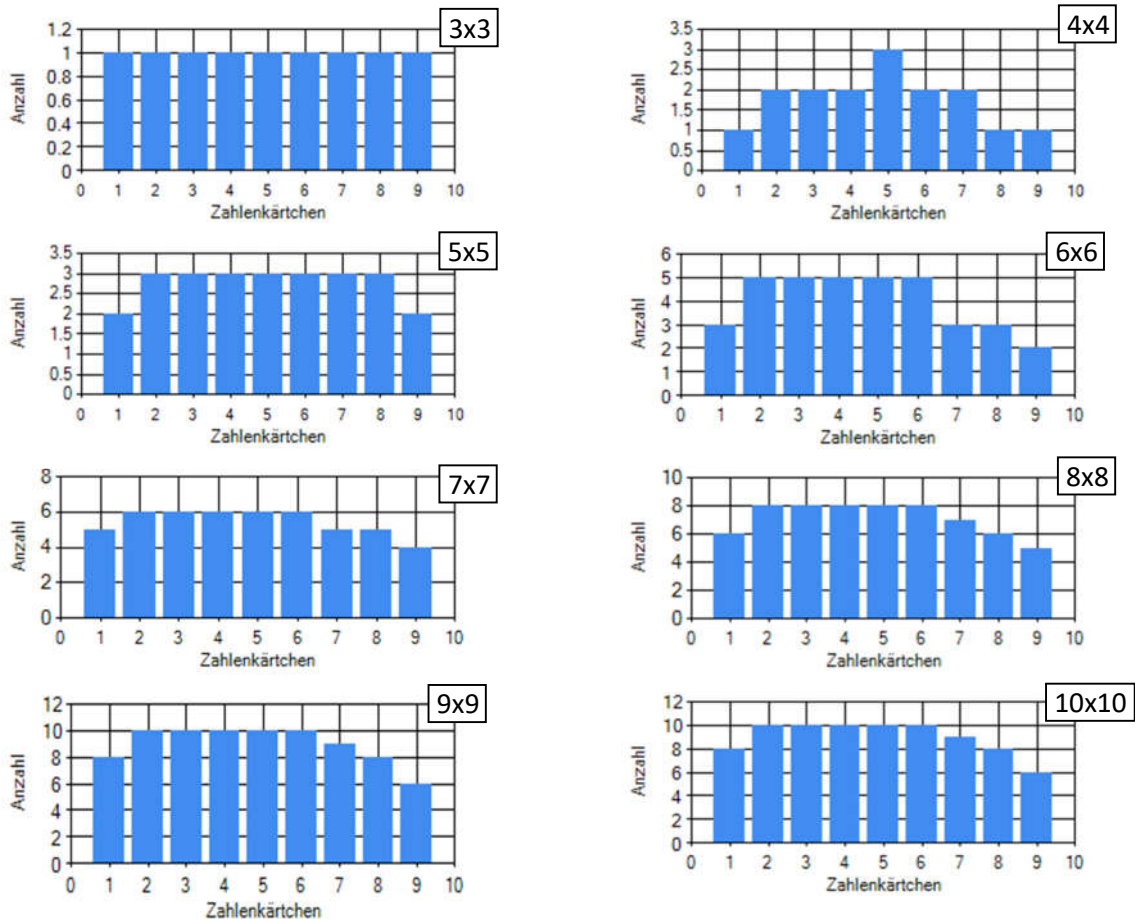


Abb. 20: Häufigkeitsverteilung für die unterschiedlichen Spielfeldgrößen (3x3 bis 10x10, von links oben nach rechts unten)

Abb.21 zeigen die durchschnittliche Anzahl der Kombinationsmöglichkeiten der einzelnen Suchzahlen für die einzelnen Spielfeldgrößen. Wie zu erwarten, steigt die Anzahl der Kombinationsmöglichkeiten mit größer werdender Spielfelddimension an, wobei, wie auch bei der Standardgröße von 7x7, stets die Suchzahl 11 die häufigsten Kombinationsmöglichkeiten eröffnet.

In Abb.22 sind die Werte für die maximalen Kombinationsmöglichkeiten einer jeden Suchzahl dargestellt. Wie bereits erwähnt hängen diese Werte stark von der Anzahl der analysierten Spielfelder ab. Wie auch in den vorangegangenen Untersuchungen wurden immer  $10^6$  zufällig angeordnete Spielfelder analysiert. Zum Beispiel ist bei der Auswertung des 4x4 Spielfeldes nicht die 11, sondern die 13 diejenige Zahl, die am häufigsten vorkommt.

Trägt man die mittlere Trefferanzahl der 11 über der Dimensionsgröße auf, ergibt sich der in Abb.23 links dargestellte Verlauf. Eine Annäherung dieses Verlaufs durch eine quadratische Funktion gibt, wie in der Abbildung gezeigt, eine gute Übereinstimmung. Anders sieht es bei den maximalen Trefferanzahlen für die 11 aus. Hier wächst die Anzahl scheinbar nur linear mit der Spielfelddimension. Dies ist etwas überraschend, da die Anzahl der Spielfeldkärtchen quadratisch mit der Dimension ansteigt.



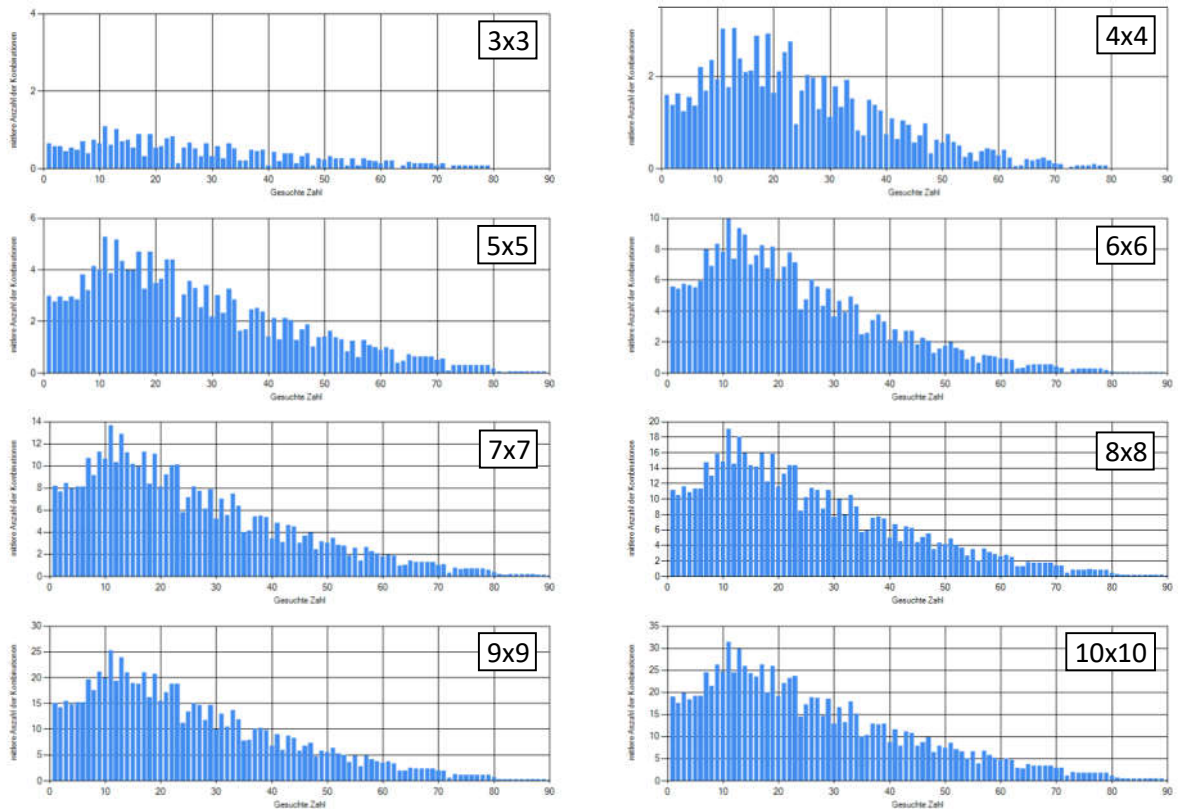


Abb. 21: durchschnittliche Kombinationsmöglichkeiten der Suchzahlen in Abhängigkeit der Spielfelddimension (3x3 bis 10x10, von links oben nach rechts unten)

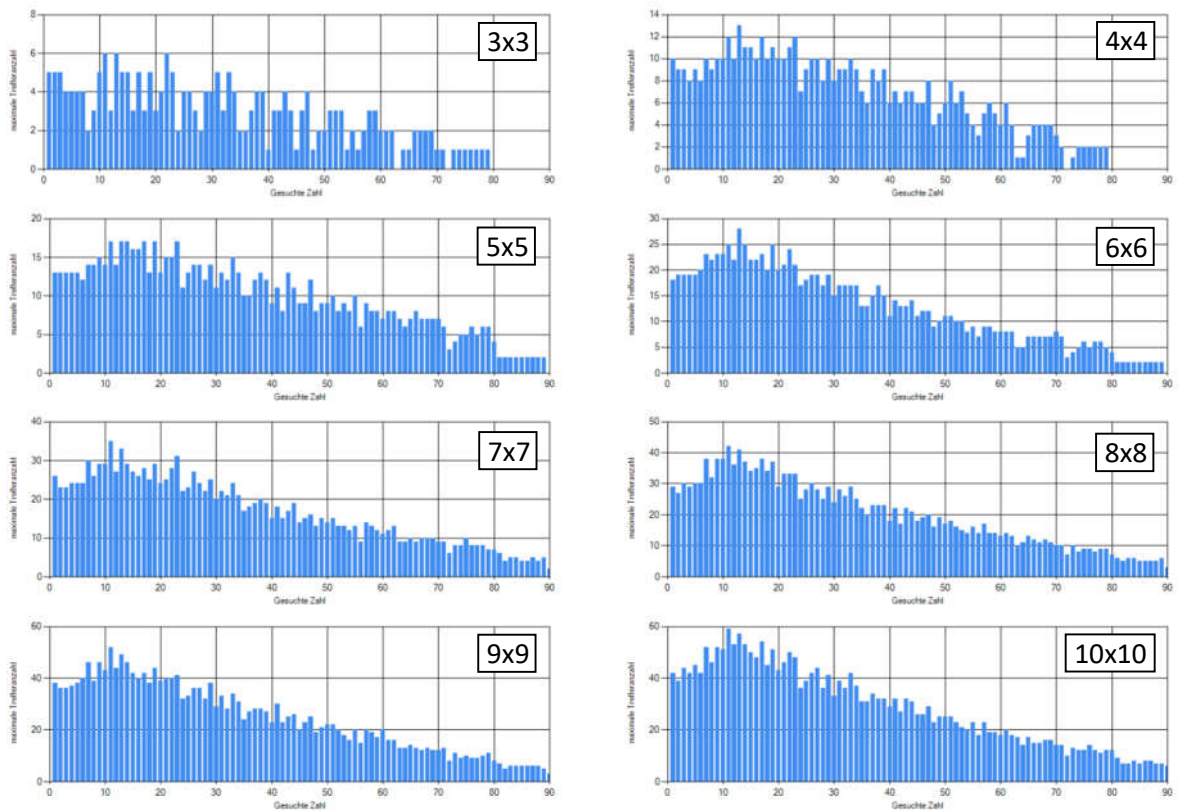


Abb. 22: maximale Kombinationsmöglichkeiten der Suchzahlen in Abhängigkeit der Spielfelddimension (3x3 bis 10x10)

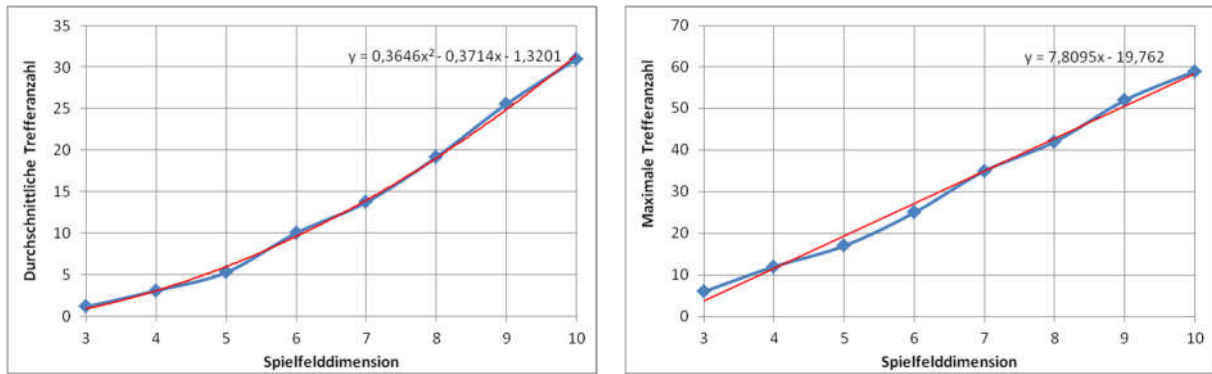


Abb. 23: durchschnittliche (links) und maximale (rechts) Treffer für die Suchzahl 11 in Abhängigkeit der Spielfelddimension, (Trendkurve in rot)

## 4 Diskussion

Es hat sich gezeigt, dass die Anzahl mit  $10^6$  Spielfelder, die in der Regel einer Analyse zugrunde lagen, gemessen an der theoretischen Gesamtzahl verschwindend gering ist. Eine Erhöhung der statistischen Sicherheit in den Aussagen wäre somit über eine Vergrößerung der Anzahl möglich. Da eine Analyse von  $10^6$  Feldern jedoch schon Tage gedauert hat, wären die sich ergebenden Rechenzeiten zu hoch. Eine Möglichkeit den Durchsatz zu erhöhen, wäre, den entwickelten Suchalgorithmus zu parallelisieren und somit das Potenzial eines Vielkernprozessors zu nutzen. Die Problemstellung wäre gut dazu geeignet, da jedes Suchfeld unabhängig von einem anderen untersucht werden kann und somit kein Datenaustausch zwischen den Prozessorkernen stattfinden muss.

## 5 Zusammenfassung

Motiviert durch eine ungeklärte Spielsituation wurde ein Computerprogramm zur Analyse des Mathematikspiels TRIO geschrieben. Neben der Beantwortung der Ursprungsfrage, ob eine bestimmte Suchzahl in einem vorgegebenen Spielfeld kombiniert werden kann, wurde das Programm um zusätzliche Analysemöglichkeiten erweitert. Es ist dem Benutzer möglich, statistische Analysen verschiedener Trio-Spielfelder durchzuführen. Beispielsweise können die Spielfelddimensionen und die Häufigkeitsverteilungen der Ziffern variiert werden.

Mit den obig genannten Analysemöglichkeiten, wurde nachgewiesen, dass die 30 in unserem Ausgangsspielfeld tatsächlich nicht vorkommt. Des Weiteren wurde herausgefunden, dass sich die 11 am häufigsten kombinieren lässt.

Auch bei anderen Spielfelddimensionen trifft dies auf die 11 zu. Interessanterweise wachsen die maximalen Kombinationsmöglichkeiten jedoch nur linear mit der Spielfelddimension, obwohl die Anzahl der Ziffernkärtchen dies quadratisch tut.

Somit können die zu Anfang gestellten Fragen als beantwortet betrachtet werden.