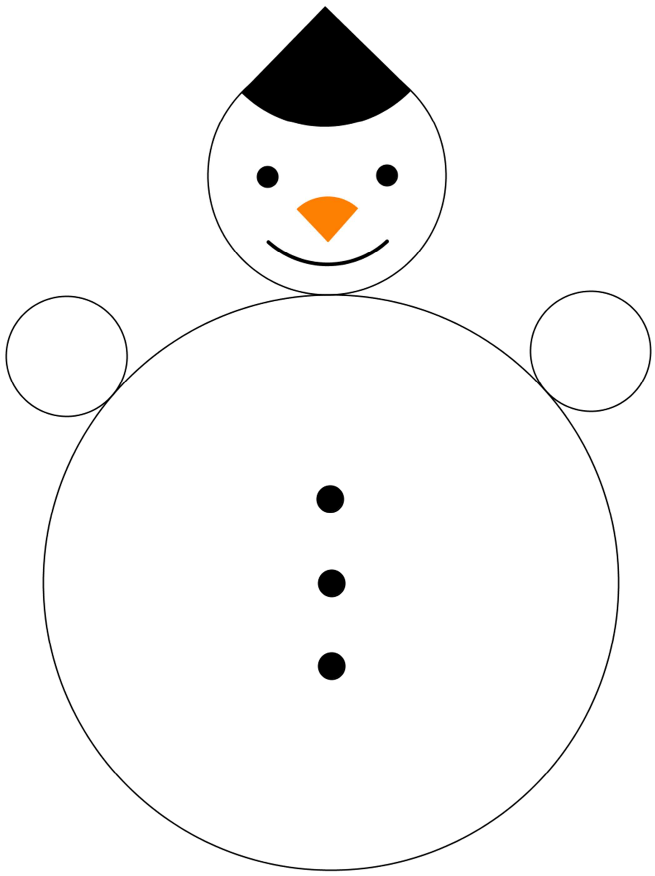
SANGAKU – Aufgaben im Programm GeoGebra



5. INTERNATIONALE MATHE - WINTERAKADEMIE

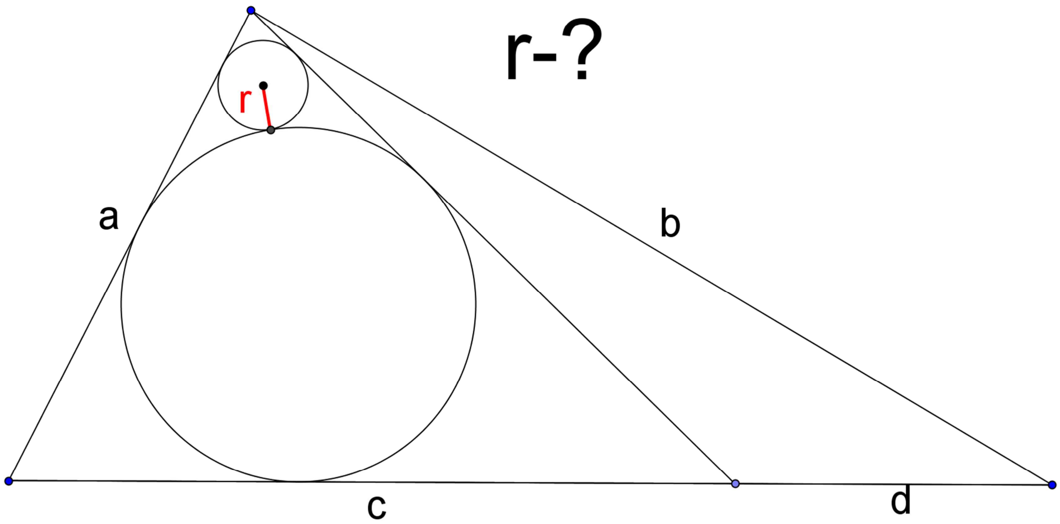
das Lyceum „Naukova Zmina“ (Kiew, die Ukraine)
das Landesgymnasium für Hochbegabte (Schwäbisch Gmünd, Deutschland)

25.01. – 01.02.2017

LGH in Schwäbisch Gmünd, Deutschland

Aufgabe 1.

Yur-Liubomysl Dekhtiar Julia Tomaszewska
Юр-Любомисл Дехтяр Юлия Томашевска



Знайдемо чевіану, скориставшись теоремою Стюарта:

$$a^2d+b^2c-l^2(c+d)=cd(c+d) \Rightarrow l=\sqrt{\frac{a^2d+b^2c-cd(c+d)}{c+d}},$$

де l - чевіана.

Знайдемо синус ∠-а α між сторонами a і l:

$$\cos\alpha=\frac{a^2+l^2-c^2}{2al} \Rightarrow \sin\alpha=\sqrt{1-\left(\frac{a^2+l^2-c^2}{2al}\right)^2}$$

$2R=\frac{c}{\sin\alpha} \Rightarrow R=\frac{c}{2\sin\alpha}$, де R - радіус ~~вписаного~~ описаного кола.

Тоді $S=\frac{acl}{4R}$.

Також $S=p\cdot R_J$, де R_J - радіус вписаного кола.

Маємо:

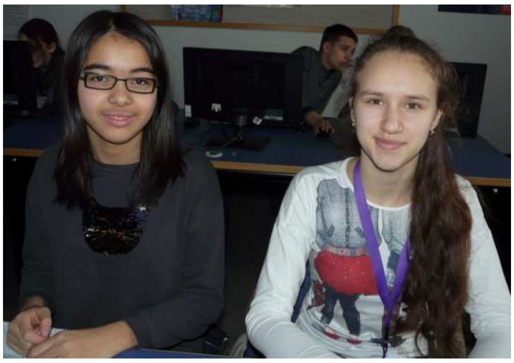
$$\frac{acl}{4R}=p\cdot R_J \Rightarrow R_J=\frac{acl}{4Rp}=\frac{acl}{4\left(\frac{a+c+l}{2}\right)\cdot\frac{c}{2\sin\alpha}}=\frac{acl\cdot\sin\alpha}{a+c+l}$$

Підставимо усі значення:

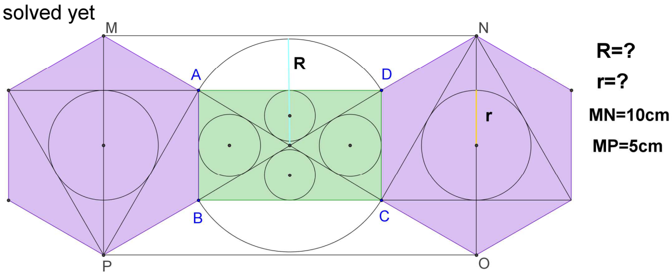
$$R_J=\frac{ac\cdot\sqrt{\frac{a^2d+b^2c-cd(c+d)}{c+d}}\cdot\sqrt{1-\left(\frac{\frac{a^2d+b^2c-cd(c+d)}{c+d}+a^2-c^2}{2a\cdot\sqrt{\frac{a^2d+b^2c-cd(c+d)}{c+d}}}\right)^2}}{a+c+\sqrt{\frac{a^2b+b^2c-cd(c+d)}{c+d}}}$$

Aufgabe 2.

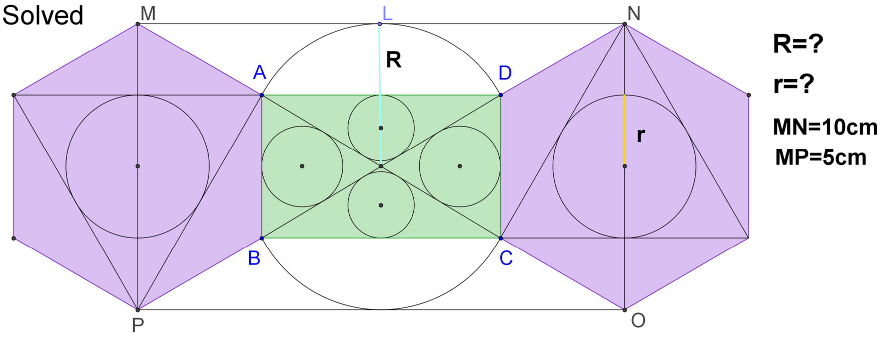
Anastasiia Bila Juliette Scheuing
Анастасія Біла Джульетт Шёинг



Problem 1
Not solved yet



Problem 2
Solved



Lösung:

Deutsch:

Wir haben 2 Sangakus gemacht, welche sehr ähnlich sind. Wir haben jedoch nur Aufgabe 2 gelöst.

$\overline{MP} = 5cm = \overline{NO}$

Das Sechseck ist regelmäßig $\Rightarrow$ $\overline{NO} = 2\overline{NX}$ (X Mittelpunkt des Inkreises)

$r = \frac{1}{2}\overline{NX} = 5:2:2 = 1,25cm$

$R = \frac{1}{2}\overline{NO} = 2,5cm$

На русском:

Мы ~~имеем~~ 2 задачи Сангаку. Мы смогли найти решение ко второй задаче:

$MP = NO = 5$ см

$NO = 2NX$

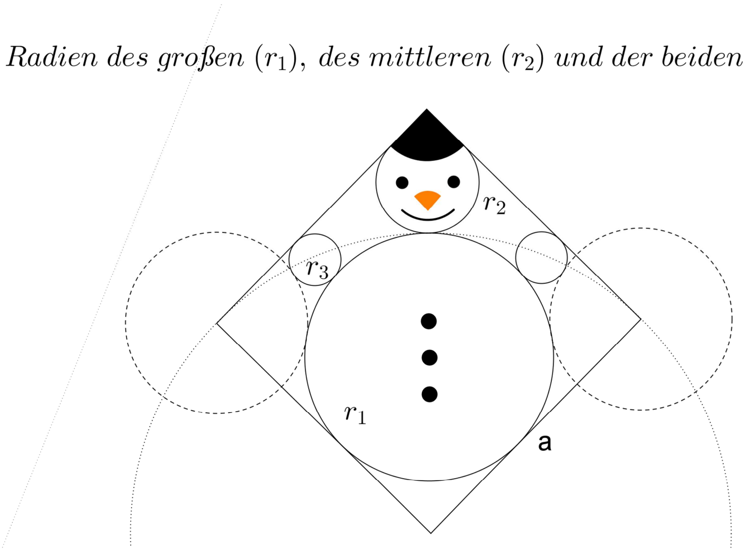
$r = \frac{1}{2}NX = 5:2:2 = 1,25$ см

$R = \frac{1}{2}NO = 2,5$ см.

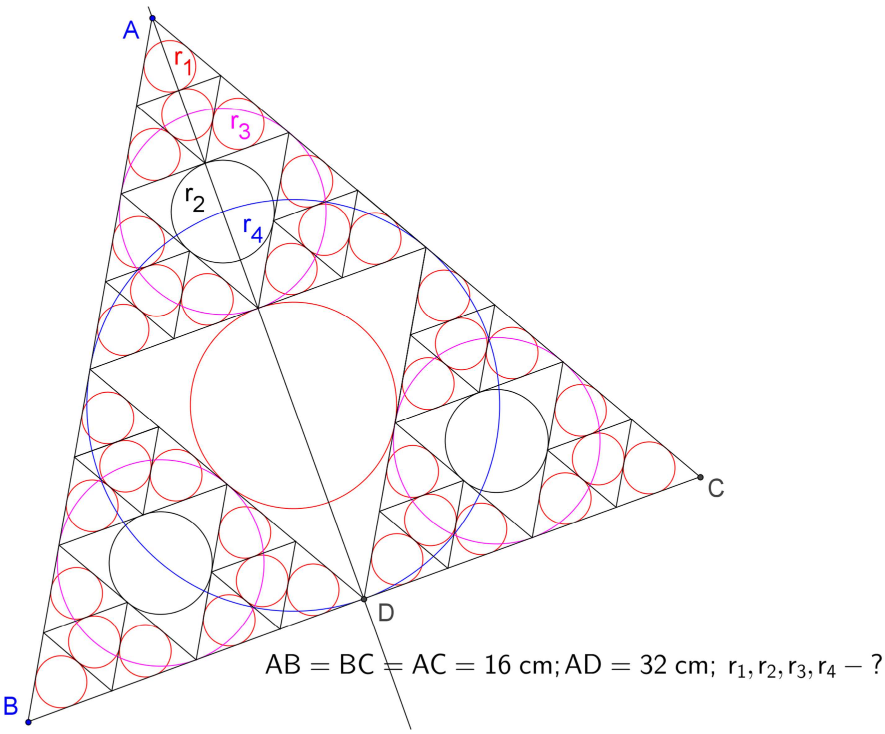
Aufgabe 3.

Hlib Hryshko Luisa Handel
Гліб Гришко Луиза Гандель

Berechne die Radien des großen (r_1), *des mittleren* (r_2) *und der beiden kleinen Kreise* (r_3), *wenn* $a = 1$



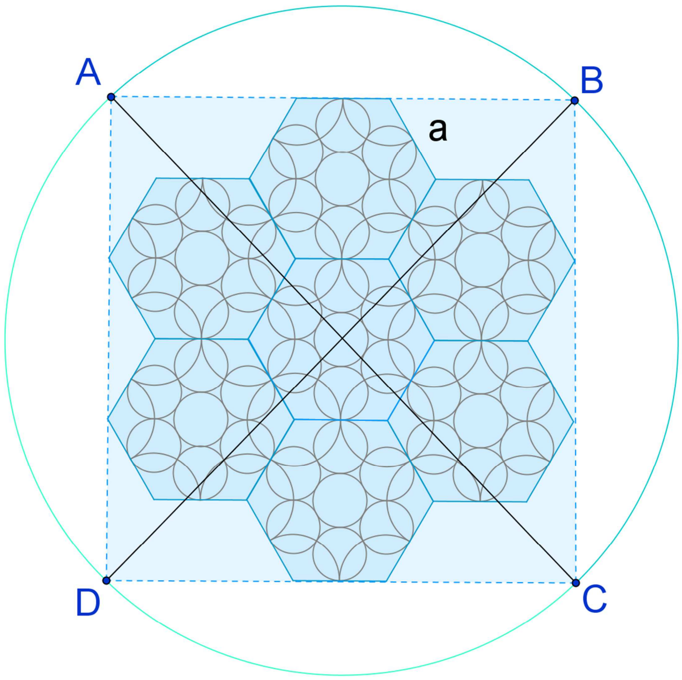
Luisa Handel



Hlib Hryshko

Aufgabe 4.

Yaroslav	Peptiuk	Alexandra	Tenev
Ярослав	Пептюк	Александра	Тенев



a = 1

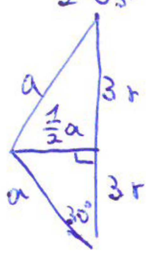
AC=DB ?

Length of all Circles and Arcs?

R = ?

r = ?

$a = 1.$ $R = \frac{1}{2}.$ $r = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{3}}.$ $AC = DB = \sqrt{2} \cdot 5.$ $l_1 = \sqrt{3} \cdot \pi.$ $l_2 = \frac{\pi}{3}.$

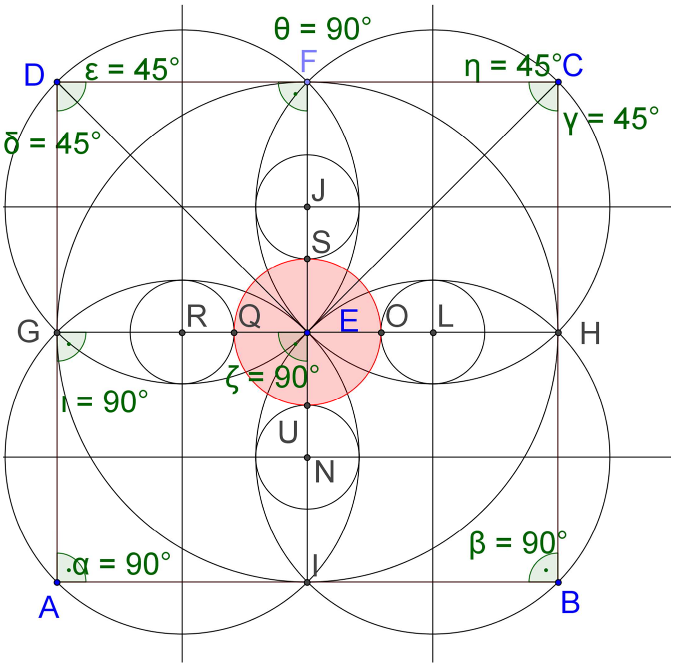


$L_{zar} = \frac{\pi}{\sqrt{3}}(7 + \sqrt{3} \cdot 2).$

Aufgabe 5.

Dmytro Pozharov Talina Ernst

Дмитро Пожаров Талина Ернст

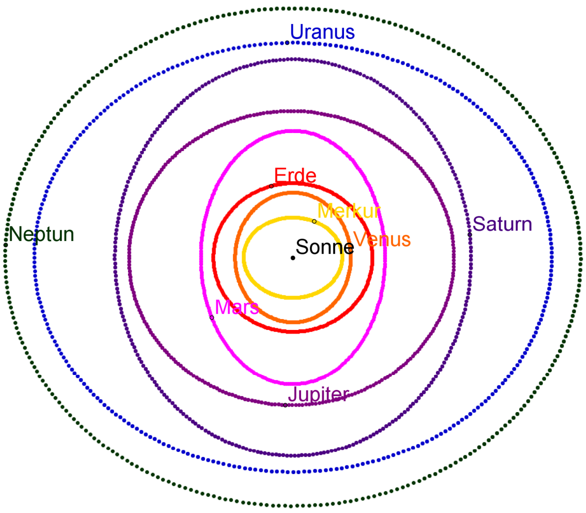


DC=CB=BA=10

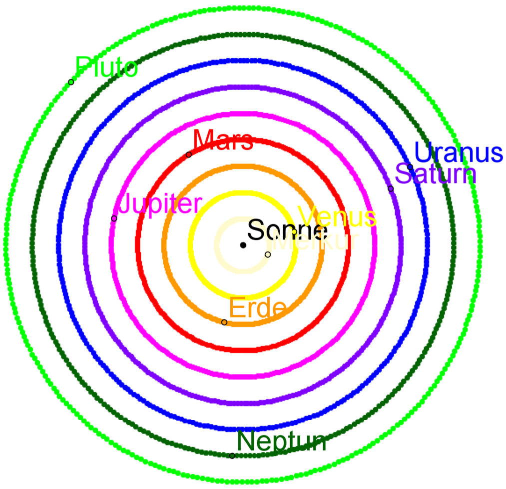
GR=RE; Analog FE; HE; IE;

Radius von rotem Kreis=?

Bewegliche Bilder:



Ellipsensonnensystem



Kreissonnensystem

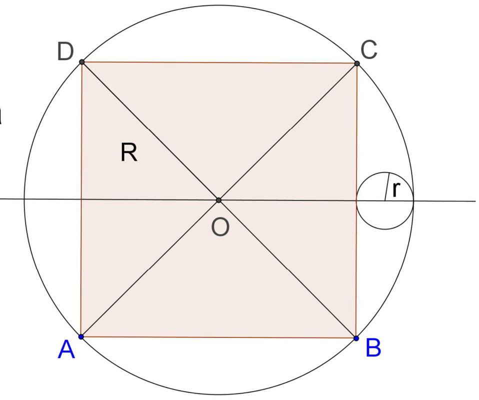
Aufgabe 6.

Bohdan-Yarema Dekhtiar Tom Gudehus

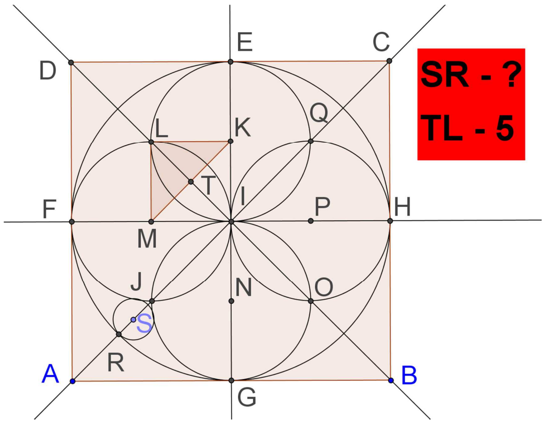
Богдан-Ярема Дехтяр Том Гудеус

R = a

r - ?



Problem 1a



Problem 2a

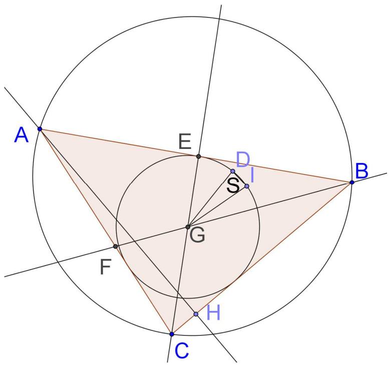
<C = 60°

18S : π >= (AC*AB : 4AH)^2

AC = a

<DGI = 20°

BC - ?



Problem 3a

Problem 3b

$S = \frac{\pi R^2 n}{360}$;

$S = \frac{\pi r^2 20}{360} = \frac{\pi r^2}{18} \Rightarrow r^2 = \frac{18S}{\pi} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{18S}{\pi}}$, де r – радіус вписаного кола

$\sin\angle B = \frac{AH}{AB}$

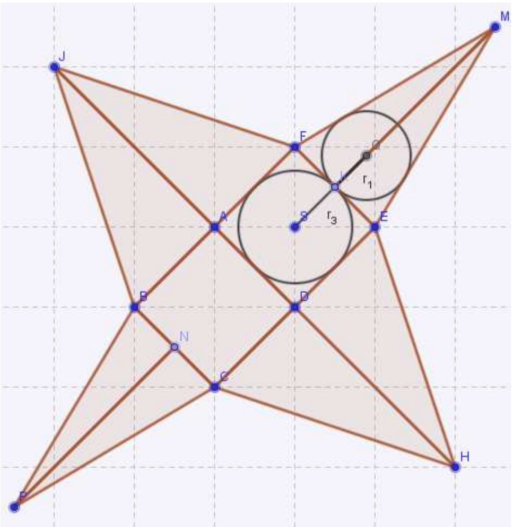
$\frac{AC}{\sin B} = \frac{AC\cdot AB}{AH} = 2R$, де R – радіус описаного кола

$\frac{AC\cdot AB}{4AH} = \frac{R}{2}$

$\frac{18S}{\pi} \geq \left(\frac{AC\cdot AB}{4AH}\right)^2 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{18S}{\pi}} \geq \frac{AC\cdot AB}{4AH} \Leftrightarrow r \geq \frac{R}{2}$, але за наслідком із формули Ейлера $R \geq 2r$, і рівність досягається для рівностороннього △-ка $\Rightarrow r = \frac{R}{2}$ і $BC = AC = a$.

Aufgabe 7.

Yaroslav Brovchenko Johanna Schmieder
Ярослав Бровченко Йоханна Шмидер



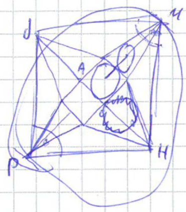
Gesucht ist der Umfang
vom Vieleck
J,F,M,E,H,C, P,B

gegeben: $r_1 = 5cm$
$r_3 = 7cm$

gesucht: Umfang

rechnung:

$\Delta JAF \equiv \Delta BA \equiv CHD \equiv \Delta HED$
$\Delta FKM \equiv \Delta KEM \equiv \Delta PNB \equiv \Delta PCN$
$\Rightarrow \Delta FEM \equiv \Delta PCB$



$r_3 = 7cm$
$\overline{AF} = 2r_3 = 14cm$
$\overline{JA} = 2\overline{AF} = 28cm$

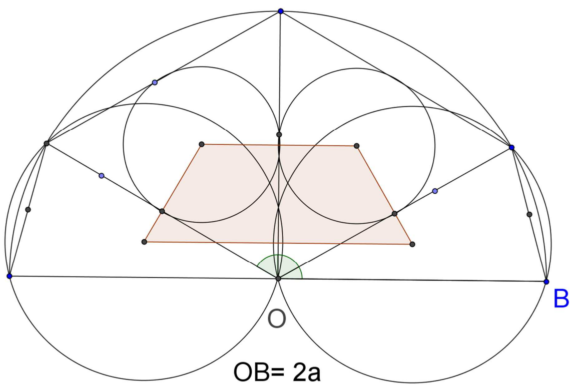
Satz des Pythagoras:
$a^2 + b^2 = c^2$
$\Rightarrow (14cm)^2 + (28cm)^2 = 980cm^2$

$U = 4 \cdot \sqrt{980}\,cm + 4 \cdot x$
$x \equiv \overline{FM}$

Hilfskonstruktion: $\overline{DM}$; $\overline{HM}$; $\overline{HP}$; $\overline{DP}$

Aufgabe 8.

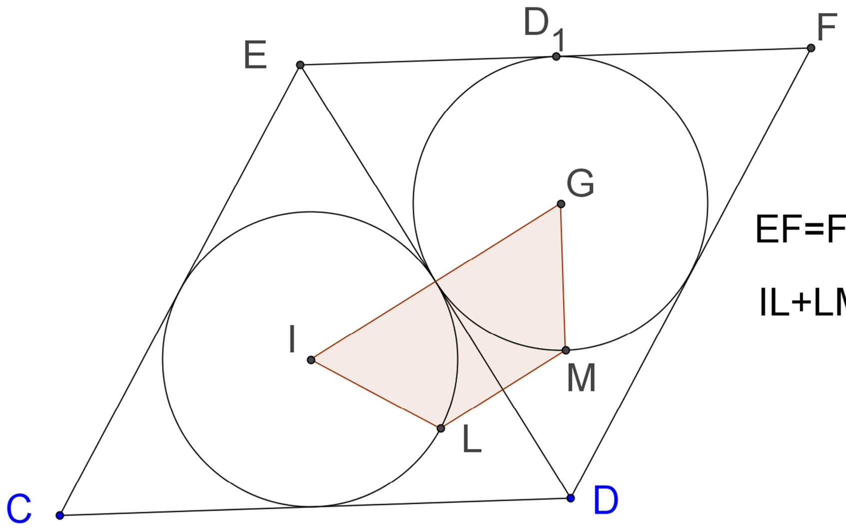
Nataliia Kochetkova Natalia Vilella
Наталія Кочеткова Наталья Фильвела



Bestimme die Radien des kleinen Kreises, des großen Kreises und des Halbkreises mit dem Durchmesser *OB*.

Aufgabe 9.

Anastasiia Adamchuk Alexander Haag
Анастасія Адамчук Александр Хааг



EF=FD=DC=CE=ED=5a

IL+LM+MG+GI=?

$$(5a)^2-(2,5)^2=\overline{DD_1}^2$$

$$\overline{DD_1}^2=31,75a^2$$

$$DD_1=5,635a$$

$$\frac{5,635}{5}a=r\approx 1,88a$$

$$\overline{IG}=2r$$

$$\overline{IL}=r$$

$$\overline{GM}=r$$

$$\overline{LM}=r$$

$$\overline{IG}+\overline{IL}+\overline{GM}+\overline{LM}=5r$$

$$1,88a\cdot 5=9,4a$$

Aufgabe 10.

Roman Tkachenko Ben Schmidt
Роман Ткаченко Бен Шмидт

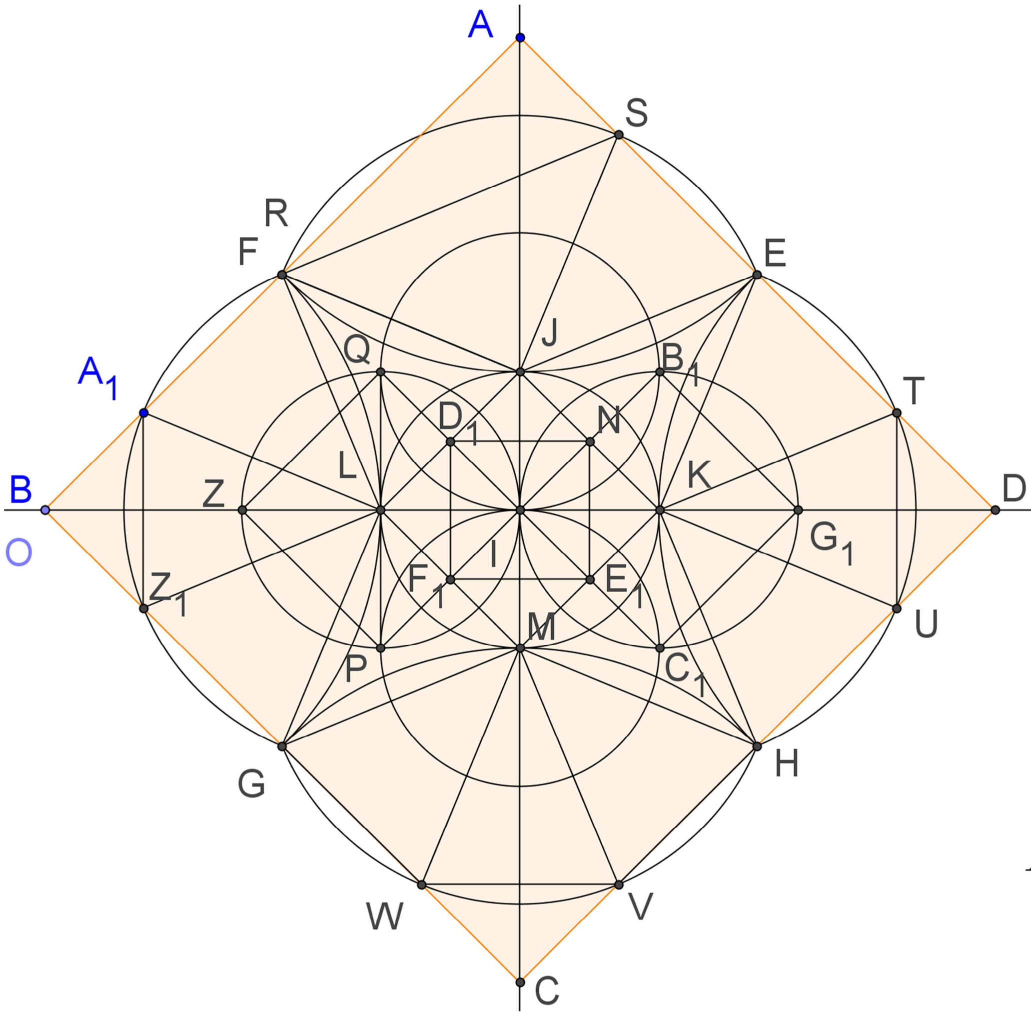
$\mathsf{FJ} - ?$

$\dfrac{\mathsf{AJ}}{\mathsf{JI}} = \dfrac{3}{2}$ $\quad BL = DK \quad$ $\mathsf{BI} = \mathsf{DI} = \mathsf{AI} = \mathsf{CI}$

$LI = KI = JI = MI$

$BA_1 = BZ_1 = DT = UD = VC = WO = 4a$

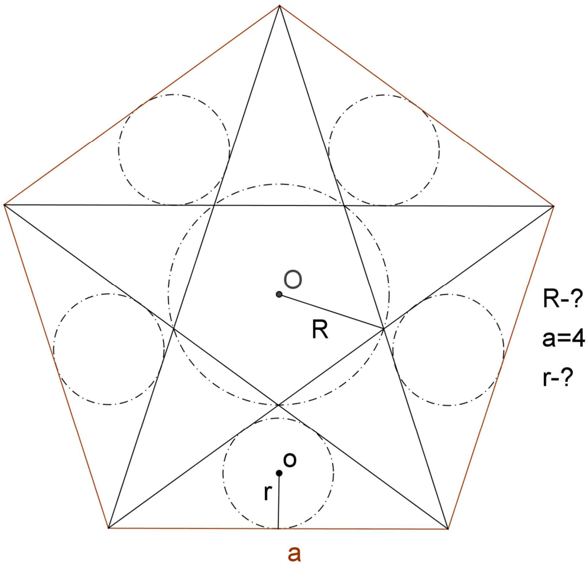
$RF = SE = A_1F = ET = Z_1O = OW = VH = UH = 5a$



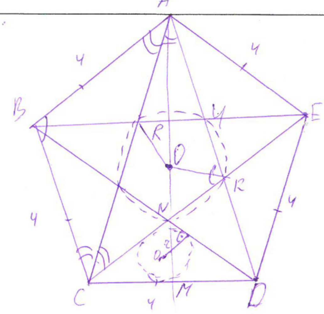
Строим кординатную плоскось зная длинн сторон и ~~каким~~ отрезам они делятся, находим F, таким же отрезам J. А найти растояние от F к J очень легко.

Aufgabe 11.

Jakob Bromberger Vsevolod Synytskyi
Якоб Бромбергер Всеволод Синицький



Дата: Летописец: Синицкий Всеволод ; Jakob

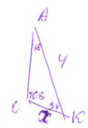


R-? I
r-? II

I: BCAK – ~~параллелограм~~ ромб

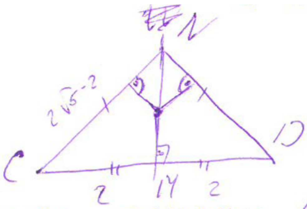
$\alpha \cdot n = 180(n-2)$
n-кол-во вершин α-угол 5-угольника
$\alpha \cdot 5 = 180 \cdot 3$
$\alpha = 108$

AM – ~~медиана~~ высота △ACD => AM-биссектриса =>
=> ∠CAO = ∠MAD ; $\angle \frac{BAK}{2} = \frac{360 - 2 \cdot 108}{2} =$
$= 180 - 108 = 72$; ∠CAK = 72:2 = 36 ; ~~EO-биссектриса (аналог. доказ.)~~ ∠AKO = ∠CKO = $\frac{108}{2} = 54$; OAK = 18
∠AOK = 180 − 54 − ~~72~~ ~~36~~ 18 = 108
BC = AK
OK = R = x



$\frac{x}{\sin 18^\circ} = \frac{4}{\sin 108^\circ}$.

II рассмотрим △CND



$CN = 2\sqrt{5} - 2$, если верить формуле Ольги Марковны и моим расчетам.
$CN^2 = NM^2 + CM^2 \Rightarrow NM^2 = 20 - 8\sqrt{5}$; $S_\triangle = \frac{b \cdot a}{2} = \frac{4 \cdot \sqrt{20 - 8\sqrt{5}}}{2}$
$\frac{S_\triangle}{p} = r$; $r = \frac{2 \cdot \sqrt{20 - 8\sqrt{5}}}{2\sqrt{5}}$

Aufgabe 12.

Nikita Lazarenko Chiara Ghiglione
Нікіта Лазаренко Кьяра Гиглионе