

## Mathematischer Wettbewerb am 4. Juli 2019 Aufgaben und Siegerehrung

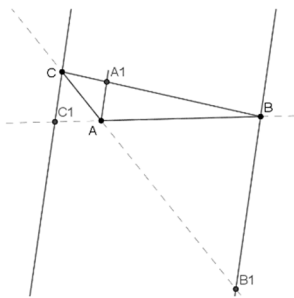
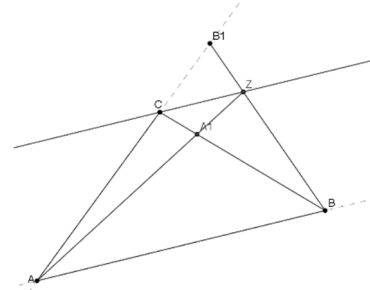
### Математический конкурс 4 – ого июля 2019 года Задачи и награждение

#### Aufgabe 1.

Formulieren Sie und beweisen Sie den Satz von Ceva, wenn eine Ecktransversale parallel zur Dreieckseite ist.

##### Задача 1.

Сформулируйте и докажите теорему Чевы, если одна чевиана параллельна стороне треугольника.



#### Aufgabe 2.

Formulieren Sie und beweisen Sie den Satz von Ceva, wenn alle drei Ecktransversalen zueinander parallel sind.

##### Задача 2.

Сформулируйте и докажите теорему Чевы, если все три чевианы параллельны друг другу.

#### Aufgabe 3.

Beweise die Existenz des Schwerpunktes dreier Massenpunkte ohne die Anwendung der Vektorrechnung ausgehend aus der drei folgenden Axiomen:

- A1. Schwerpunkt eines Massenpunktes ist er selber.
- A2. Schwerpunkt zweier Massenpunkten bestimmt sich nach der Hebelregel von Archimedes.
- A3. Schwerpunkt eines Systems der massenpunkten ändert sich nicht, wenn ein Untersystem dieser Punkte durch seinen Schwerpunkt ersetzt wird und die gesamte Masse des Untersystems in seinen Schwerpunkt eingesetzt wird.

##### Задача 3.

Докажите существование центра масс трёх материальных точек без использования векторов исходя из следующих аксиом:

- A1. Центром масс одной материальной точки является она сама.
- A.2. Центр масс двух материальных точек определяется по правилу рычага Архимеда.
- A.3. Центр масс системы материальных точек не изменится, если какую-нибудь подсистему этих точек заменить её центром масс, поместив в него всю массу этой подсистемы.

#### Aufgabe 4.

Das Dreieck ABS wurde aus dreihomogenen zylindrischen Stäben mit der gleichen Dichte und mit dem gleichen Durchmesser zusammengesetzt. Bestimmen Sie seinen Schwerpunkt.

##### Задача.4.

Треугольник ABC составлен из трёх однородных цилиндрических стержней одинаковой плотности и одинакового диаметра. Найдите его центр масс.

#### Aufgabe 5

Gegeben sind die Cartesischen Koordinaten der Punkten  $A(-2|1)$ ,  $B(4|-2)$ ,  $C(0|5)$ . Der Punkt P hat die Baryzentrische Koordinaten bezüglich des Dreiecks ABC  $P(1:2:3)$ . Bestimmen Sie die Cartesischen Koordinaten des Punktes P.

**Задача 5.**

Даны декартовы координаты точек  $A(-2|1)$ ,  $B(4|-2)$  и  $C(0|5)$ . Даны барицентрические координаты точки  $P$  относительно треугольника  $ABC$   $P(1:2:3)$ . Найдите декартовы координаты точки  $P$ .

**Aufgabe 6.**

Berechnen Sie die Baryzentrische Koordinaten des Nagelpunktes.

**Задача 6.**

Вычислите барицентрические координаты точки Нагеля.

**Aufgabe 7.**

Beweisen Sie, dass drei Geraden durch die Mittelpunkte der Ankreise eines Dreiecks und die Mittelpunkte seiner Seiten sich in einem Punkt („Mittelpunkt“) schneiden.

**Задача 7.**

Докажите, что три прямые, проходящие через центры вневписанных окружностей треугольника и середины его сторон, пересекаются в одной точке («Срединная точка»).

**Aufgabe 8.**

Gegeben ist ein spitzwinkliges Dreieck  $ABC$ . Der Punkt  $X$  liegt im Dreieck so, dass  $\angle BAX = \angle ACX$  und  $\angle CA X = \angle ABX$ . Beweisen Sie, dass  $X$  auf der Simediana liegt.

**Задача 8.**

В остроугольном треугольнике  $ABC$  точка  $X$  лежит внутри треугольника так, что  $\angle BAX = \angle ACX$  и  $\angle CA X = \angle ABX$ . Докажите, что  $X$  лежит на симедиане.

