



Mathematische Chronik des 10. LGH - MATHE - SPRACH – AUSTAUSCHES

LANDESGYMNASIUM FÜR HOCHBEGABTE
Schwäbisch Gmünd, Deutschland

LYZEUM „NAUKOVA ZMINA“
Kiew, die Ukraine

"Mathematische Lösungsstrategien"

19. – 26.09.2019 - Aufenthalt der deutschen Gruppe in der Ukraine



Математическая летопись ДЕСЯТОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБМЕНА

ЛИЦЕЙ «НАУКОВА ЗМІНА»
Киев, Украина

ГИМНАЗИЯ ДЛЯ ОСОБО ОДАРЁННЫХ ДЕТЕЙ
Швебиш Гмюнд, Германия

"Нестандартные методы решения математических задач"

19. – 26.09.2019 – немецкая группа в Украине

Datum: 20.08.19

Chronist: Katharina Koeppe

Wir haben zu Anfang eine Runde TRIO gespielt.

Brokar-Punkte (siehe extra Blatt)

1. Erster Brokar-Punkt (Fortsetzung der extra Seite)

Jetzt machen wir eine Kreis um ΔCPB

analog werden wir ein neues Δ konstruieren. (A')

Jetzt können wir die Winkel wieder verteilen

Kreise schneiden sich bei B und dem angenommenen Punkt P

Jetzt können wir uns fragen wie groß $\angle APC$ ist

$$\angle APC = 180^\circ - \alpha$$

das passt mit der Annahme der Winkel überein.

Wir können einen 3. Kreis um die 3. Seite konstruieren (B')

$\Rightarrow$ Wir haben gefunden, dass der Punkt existiert und wie man ihn konstruiert

Konstruktion des ersten Brokar-Punktes

- (1.) Konstruiere an ^(zwei) allen Seiten nach außen ähnliche Dreiecke, sodass gegenüberliegende Winkel gleich sind (bei jeder Seite also ein Mal gedreht)
- (Zusammenfassung: Konstruktion von ähnlichen Dreiecken)

oder....

Strahlen unter 2 Winkel zeichnen, sie treffen sich dann bei dem 3. Winkel

- (2.) Zeichne von zwei ähnlichen Dreiecken den Umkreis. Den zweiten Schnittpunkt nennen wir den Punkt P. (Dieser Punkt wird auch auf dem 3. Umkreis liegen)

$$\{P\} = U_{ABC'} \cap U_{BA'C} \Rightarrow 1. \text{ Brokar Punkt}$$

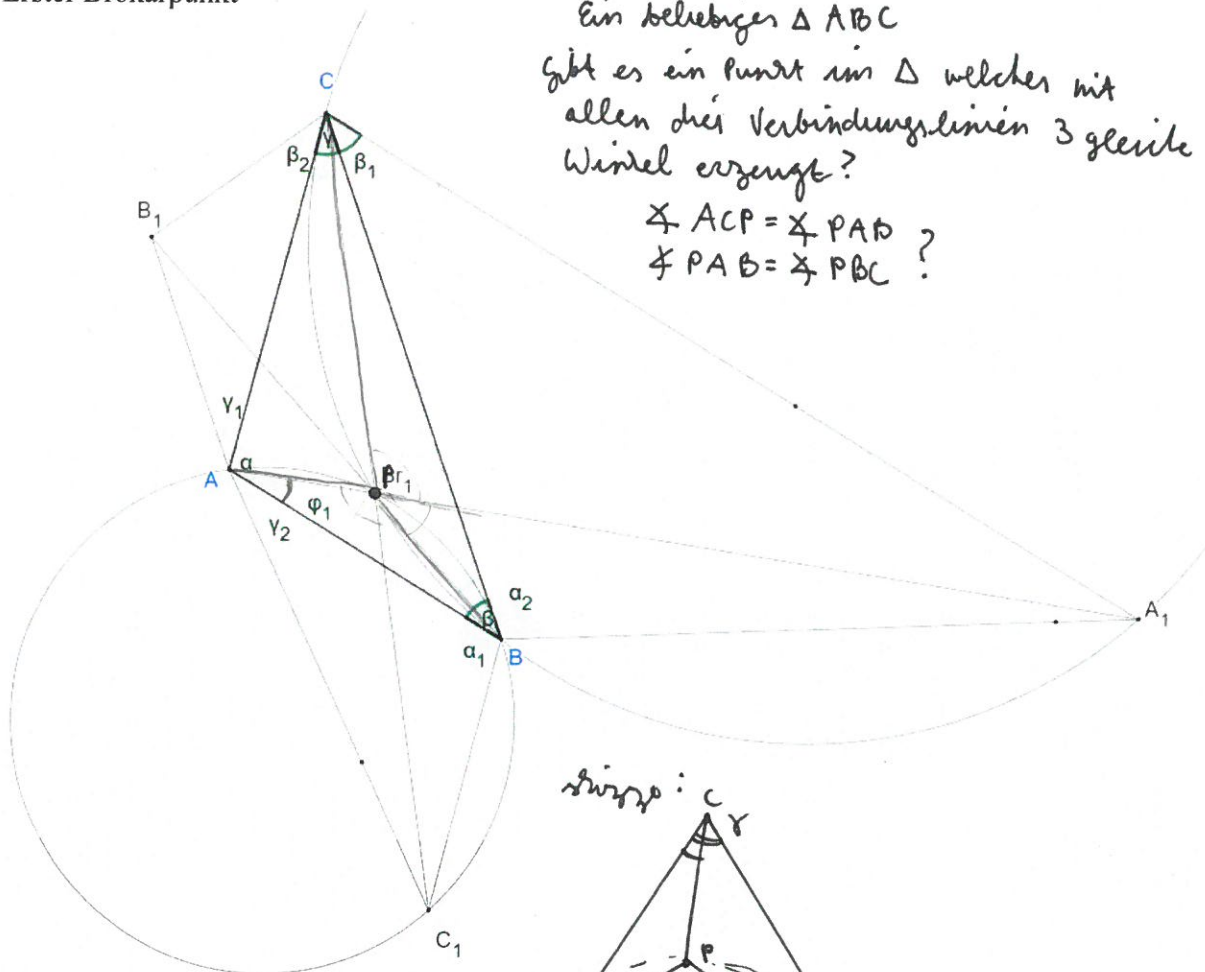
($B \neq P$)

ABER: es muss ein 2. Punkt existieren

Datum: 20.05.19

Chronist: Katharina Koeppe

Erster Brokarpunkt



Ein beliebiges $\triangle ABC$
 Gibt es ein Punkt im $\triangle$ welcher mit
 allen drei Verbindungslinien 3 gleiche
 Winkel erzeugt?

$$\angle ACP = \angle PAB ?$$

$$\angle PAB = \angle PBC ?$$

$$\angle PAB + \angle PBA = \angle ABC$$

$$= \beta$$

$$\Rightarrow \angle APB = 180^\circ - \beta$$

Wie weiß man aber wo der Punkt am Kreis liegt?
 $\rightarrow$ Wir malen ein ähnliches $\triangle$

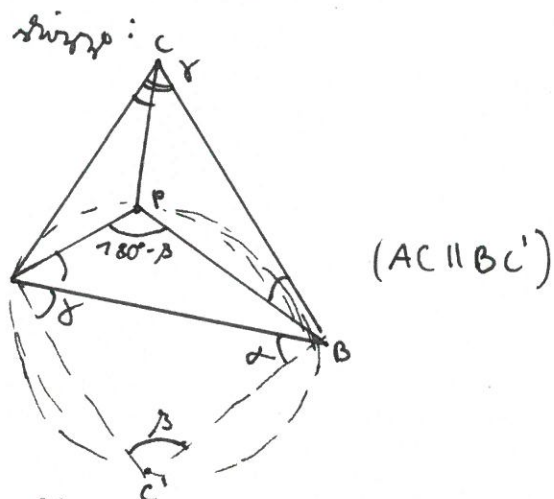
$$\triangle AC'B \sim \triangle ACB$$

$$AC \parallel BC'$$

Jetzt machen wir das gleiche für die anderen Winkel. Es handelt sich
 um eine Reihe von Annahmen.

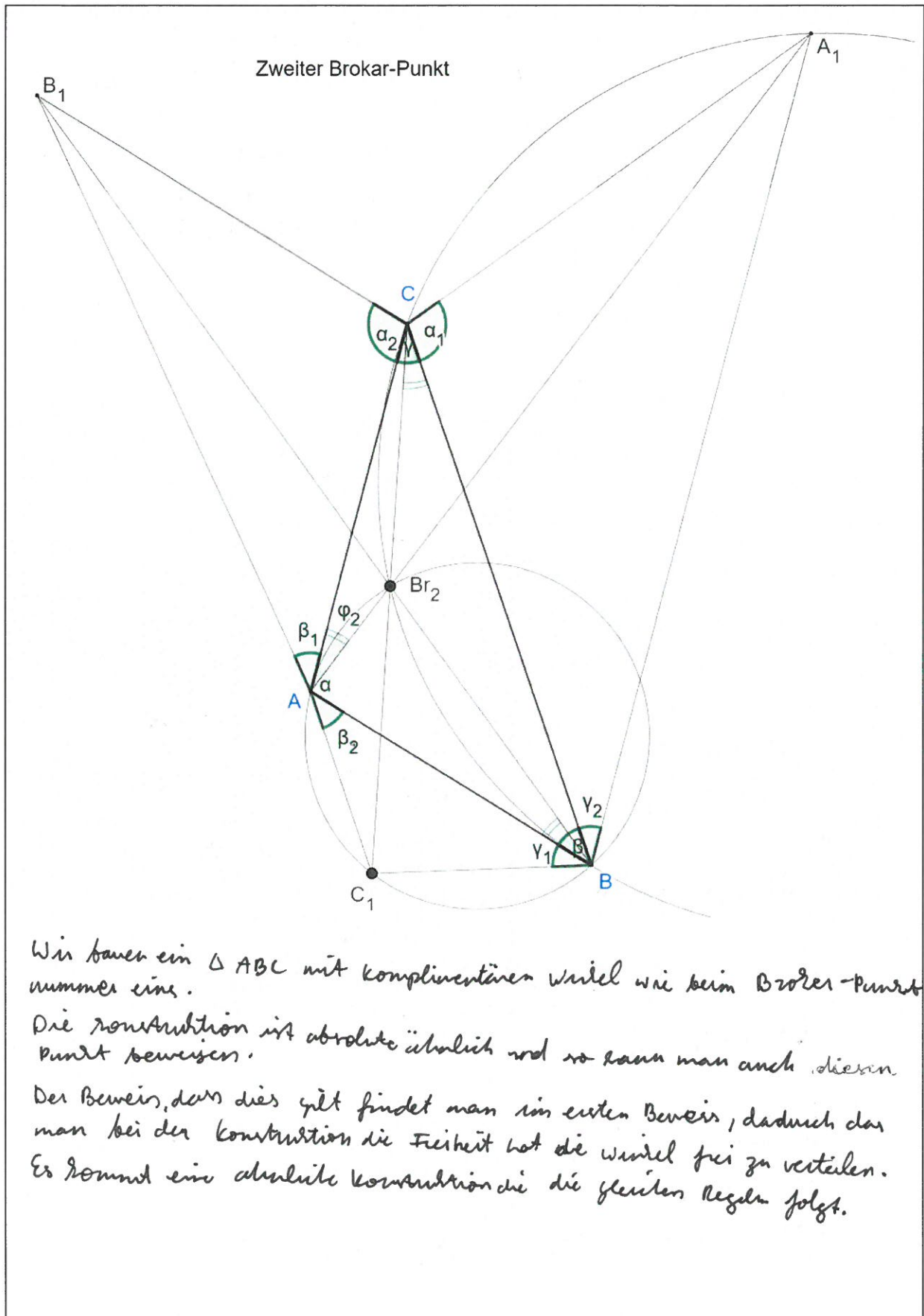
$$\angle ACP = \angle PBC = \varphi$$

$$\angle PBC + \angle PCB = \angle ACB = \gamma \Rightarrow \angle BPC = 180^\circ = \gamma$$

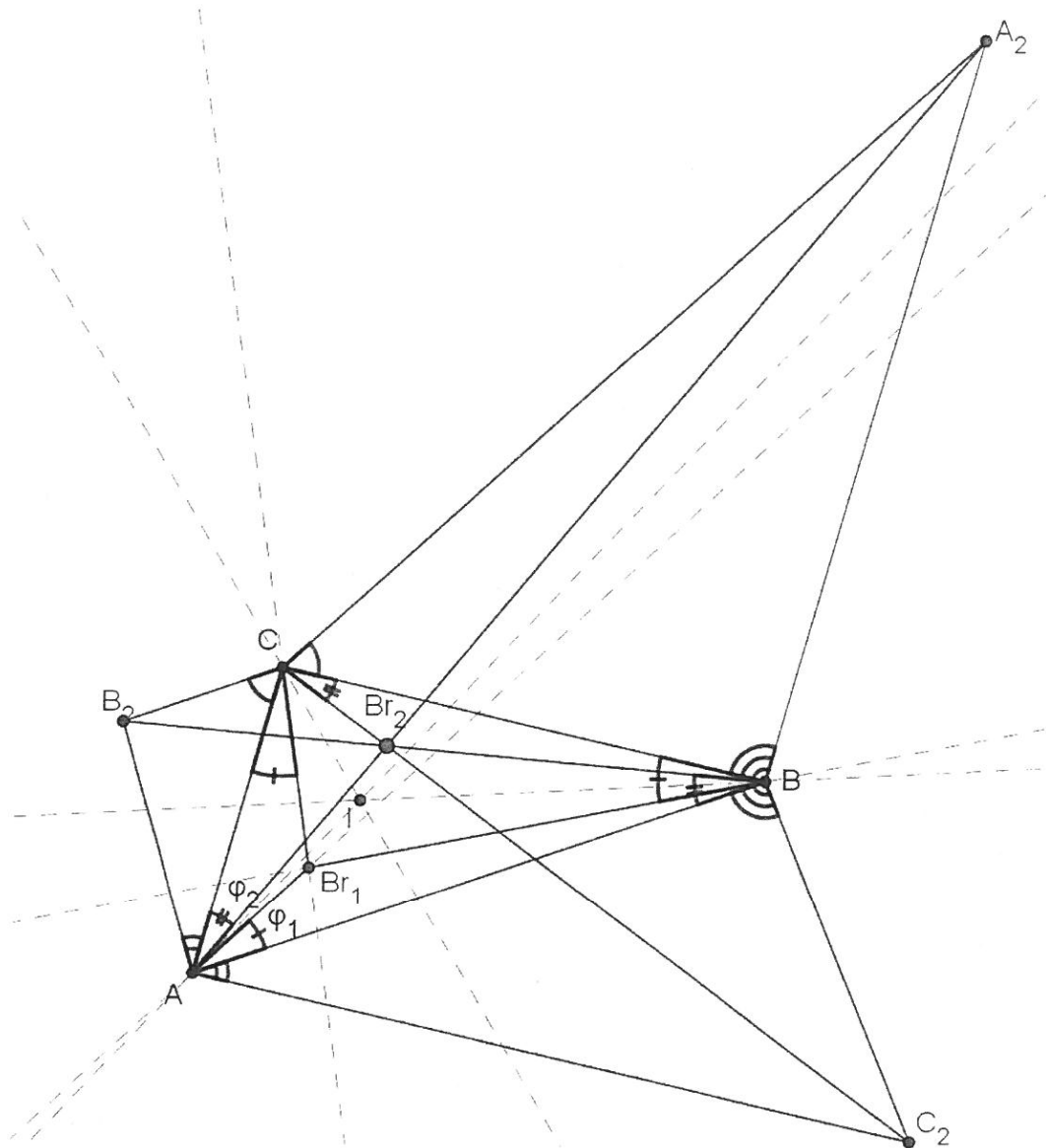


Datum:

Chronist:



Brokar-Punkte



Datum: 23.09.19

Chronist: Katharina Koeppe

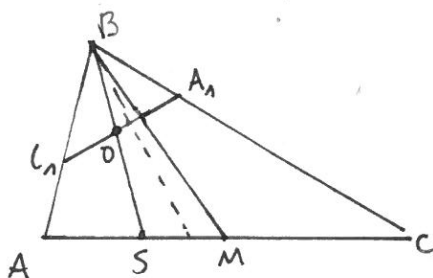
$$\frac{AP_1}{DA_1} + \frac{D_1B}{DA_1} + \frac{BP}{DA_1} = \underline{\underline{\cot \alpha + \cot \beta + \cot \gamma}}$$

Hausaufgabe: zeige $\varphi \leq 30^\circ$ ($\sin^3 \varphi = \sin(\alpha - \varphi) \cdot \sin(\beta - \varphi) \cdot \sin(\gamma - \varphi)$)

• Beweise die Formel:

$$\cot \varphi = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4S}$$

• Ecken A und B sind fest und C bewegt sich so dass der Brokers-Winkel aber immer gleich ist



Schreibweise $d(a; DC)$
bedeutet Abstand von
a zu Gerade DC

Eigenschaften der Symmediane

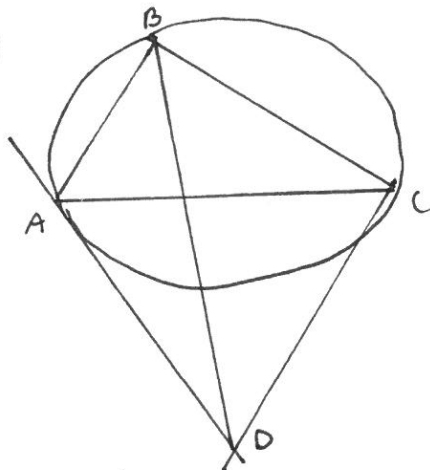
1. $CA_1D = DA_1A$

2. $\frac{d(S; AB)}{d(S; BC)} = \frac{c}{a}$

$$\frac{S_{ABD}}{S_{BDC}} = \frac{AS}{SC} = \frac{c^2}{a^2}$$

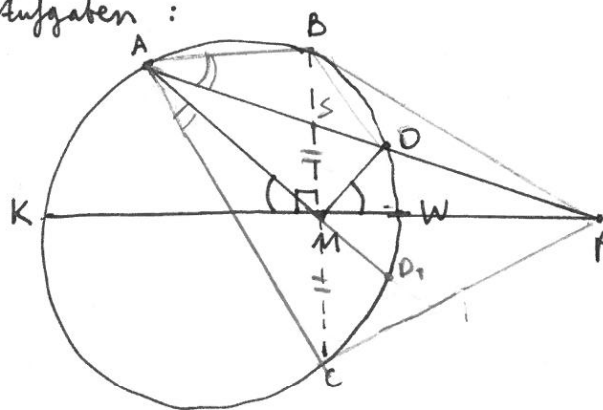
3. siehe (3.)

(3.)



Aufgaben:

(1)

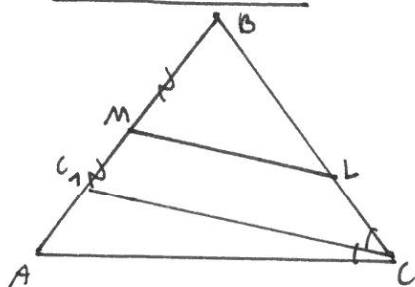


$$\angle AMK = \angle AMW < 90^\circ$$

Zu beweisen: Egal wie sich ^{die} Winkel von A und B verändern, bleibt Punkt P.

Datum: 23.05.19

Chronist: Katharina Koeppe

Punkt Cleaver

$$MB = \frac{c}{2}$$

$$CC_1 = c \cdot \frac{a}{a+b}$$

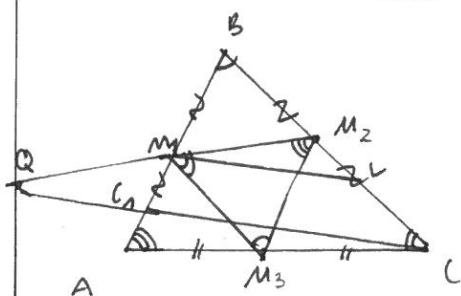
$$BL = p - \frac{c}{2} = \frac{a+b}{2}$$

$$BC = a$$

$$\frac{BM}{BL} = \frac{BC_1}{BC} \Rightarrow \text{wir müssen beweisen}$$

$$\frac{BM}{BL} = \frac{c}{2} \cdot \frac{2}{a+b} = \frac{c}{a+b}$$

$$\frac{BC_1}{BC} = \frac{ca}{a+b} \cdot \frac{1}{a} = \frac{c}{a+b}$$



$$M_1 M_2 \parallel AC$$

$$M_2 M_3 \parallel AB$$

$$M_1 M_3 \parallel BC$$

$\Rightarrow$ Entsprechenden Winkel sind gleich

LM teilt den Umkreis ABC in Hälfte

$$MB + BL = LC + CA + AM$$

Wir wollen beweisen: $CC_1 \parallel ML$

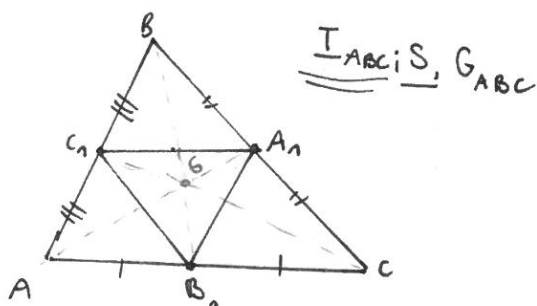
$$\frac{BC_1}{C_1 A} = \frac{a}{b} \Rightarrow \text{Eigenschaft des Winkelhalbierenden}$$

(P = Halbumfang)

$$\angle BCQ = \angle QCA$$

$$= \angle CQ M_2 = \angle L M_1 M_2$$

$$= \angle M_2 M_1 L$$

Punkt Huxel

$\frac{1}{2} ABC$; S, G_{ABC}

Spieelpunkt ist der Schnittpunkt der 3. Cleaver, der gleicher Punkt ist Punkt von Winkelhalbierenden von ABC und Schwerpunkt

Sie liegen auf einer Geraden.

$$\frac{1}{2} ABC; G_{ABC}$$

$$G(-\frac{1}{2}; G_{ABC})$$

dann Schnittpunkt des großen Dreiecks geht in Spieelpunkt über

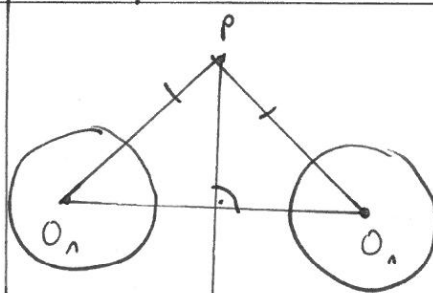
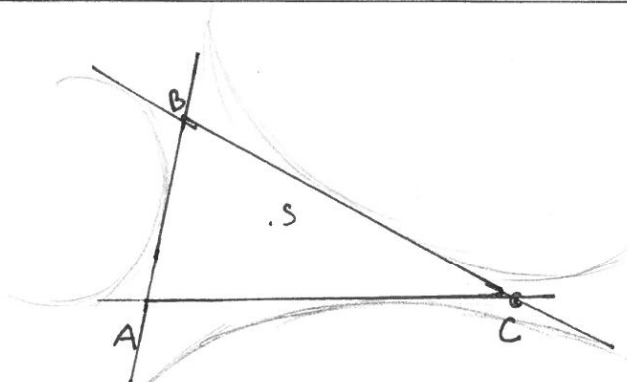
$\Rightarrow$ Streckzentrum liegt auf gleicher Strecke

①

②

Datum: 23.09.19

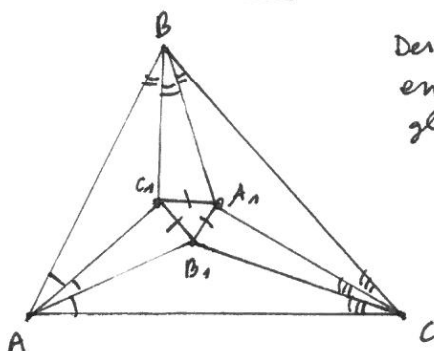
Chronist: Katharina Koeppe



Wenn wir 3 Punkte haben, liegen O nicht in einer Linie, treffen sich aber am Radialzentrum

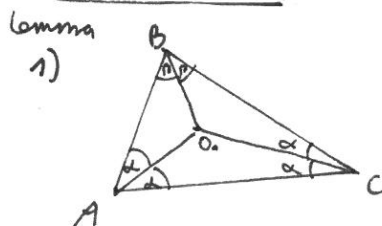
Hausaufgabe: Der Schwerpunkt eines $\triangle ABC$ ist das Radialzentrum O .
Aufgabe: Zeige dies.

Morley Theorem



Der Satz besagt, dass das entstehende Dreieck $A_1B_1C_1$ gleich lange Seiten hat.

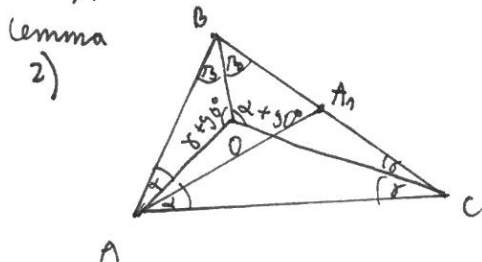
Beweis nr. 1



$$2\alpha + 2\beta + 2\gamma = 360^\circ$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

(O ist Winkelhalbierende)



$$\angle BOA_1 = \alpha + 90^\circ = \angle BOC$$

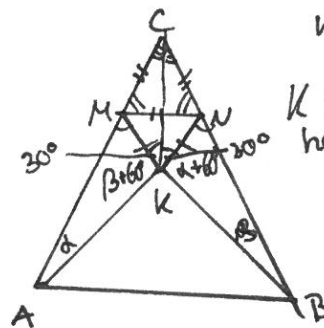
↑ Kehrsatz

(O ist kein Schnittpunkt der Winkelhalbierenden)
⇒ als Annahme

Datum: 23.09.19

Chronist: Lilith Barth

Lemma(3)



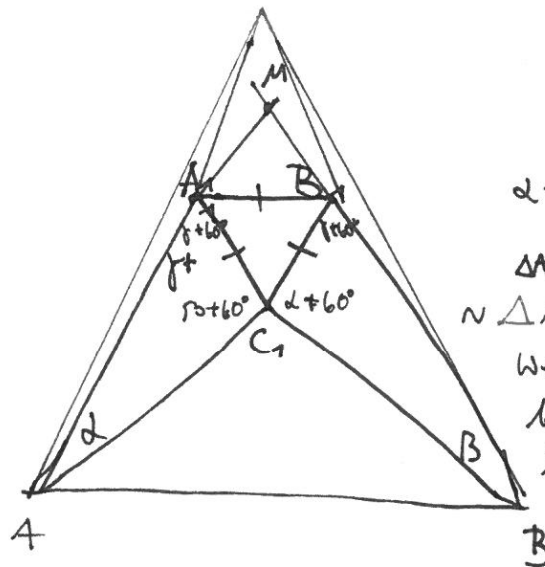
$\triangle AMK$ und $\triangle BKK$
wird an MKN konstruiert

K ist der Schnittpunkt d. Winkel-
halbierenden

$$\angle CKB = 90^\circ + \angle MKA$$

$$\angle CKA = 90^\circ + \angle NKB$$

Beweis:



$$\alpha + \beta + \gamma = 60^\circ$$

$\triangle ABC$

$\sim \triangle A'B'C'$

Wegen der Ähnlichkeit

bilden auch im Ursprung-
lichen Dreieck ein
gleichseitiges Dreieck

Beweis nr. 2

$$\alpha + \beta + \gamma = 60^\circ$$

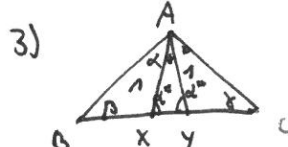
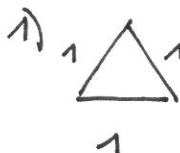
$$\alpha^* = \alpha + 60^\circ$$

$(\alpha^*, \alpha^*, \alpha^*) \Rightarrow$ gleichseitig (0 Winkel um 60° vergrößert)

$(\alpha^*, \beta^*, \gamma) \Rightarrow$ 2 Winkel sind um 60° vergrößert, 3. Winkel bleibt
erhalten

$(\alpha^{**}, \beta, \gamma) \Rightarrow$ 1 Winkel um 120° vergrößert und andere Winkel
bleiben erhalten

Typ:

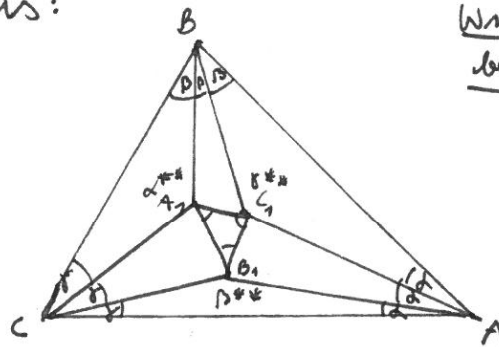


$$\angle AXY = \angle A'YX = \alpha^*$$

Datum: 24.09.19

Chronist: Katharina Koeppe

Beweis:



Winkel des kleinen Dreiecks wird berechnet.

$$\angle BA_1C = \alpha^{**}$$

$$\angle CB_1A = \beta^{**}$$

$$\angle AC_1B = \gamma^{**}$$

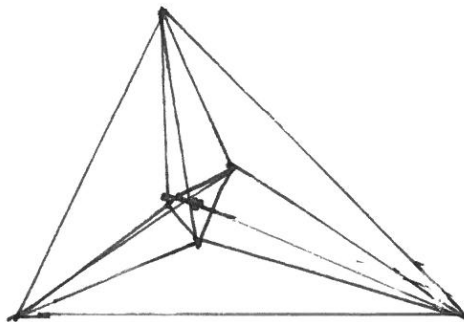
$$\angle BA_1C_1 = \angle AB_1C_1 = \delta^*$$

$$\angle CA_1B_1 = \angle AC_1B_1 = \beta^*$$

$$\angle CB_1A_1 = \angle BC_1A_1 = \alpha^*$$

$\Rightarrow$ Es wird in der Mitte ein gleichseitiges Dreieck berechnet

Morley Dreieck (2. Punkt)



$\Rightarrow$ Für den Rest Beweis von Andrew gefunden worden konnte



Datum: 24.04.10

Chronist: Katharina Koeppe

Presentation über die Regierung

Es kommen folgende Fragen hoch;

- Seit ihr mit der Regierung zufrieden?

→ aber wie soll sich die Regierung verändern wenn die Leute nicht daran teilnehmen möchten?

- Beispiel vom Maidan:

• Was war das?

→ Schülerproteste gegen die Regierung 2014 wurden gewalttätig. Beiseite geräumt und 500.000 Tausend Leute sind auf die Straße gegangen. Es wurden von Russland Schaufelkämpfer eingesetzt, welche Leute angreifen haben. Das ganze ist eskaliert.

• Warum gehen Leute auf die Straße? Was ist der umschlag Punkt?

- Man muss Hintergründe verstehen um wichtige Entscheidungen über Lösungen zu treffen.

Beispiel von einem animierten Video:

• Um was ging es?

→ perfekte Welt wo Kind nicht rein passt auch nachdem Maßnahmen genommen wurden. Schließlich wird das Kind zu unserer Erde gewinkt

• Was zeigt das Video?

Vorstellung 1: Man kann keine perfekte Gesellschaft bauen wo alle gleich sind, es gibt immer eine Ausnahme.

• Was hat das mit dem Staat zu tun?

Vorstellung 1: Der Staat will, dass alle die Regeln befolgen.

Wenn jeder macht was er will, gibt es Chaos, wenn alle die Regeln befolgen gibt es auch Chaos. Man braucht ein Mittelstück.

Frage: Unterschied zwischen gesellschaftlichen und staatlichem Recht?

Frage: Warum braucht man den Staat?

Vorstellung 1: Wenn die Staatlichkeit weg ist, bilden sich kleine Gruppen mit ähnlichen Meinungen.

Datum: 26.09.19

Chronist: Katharina Kaeppke

Frage: Was passiert wenn jemand aus Bangladesch nach Deutschland kommt?

Beispiel anhand von dem Verkehrssystem verschiedener Länder und die Regeln die dort gelten.

Freiheit und Regeln müssen im Gleichgewicht bleiben.

Warum kann man nicht einen starken Mann wählen (der alles entscheidet)?

Wie soll man die Demokratie, z.B. in der Ukraine, realisieren?

⇒ Gespräch bringt Demokratie

Wie kann man verstehen ob ein Staat gut oder schlecht ist?

⇒ Wollen Leute rein oder raus?

Wie baut man so ein Staat?! ← große Frage

