



Mathematische Chronik

des

8. LGH - MATHE - SPRACH – AUSTAUSCHES

zwischen dem Lyceum „Naukova Zmina“ (Kiew, die Ukraine)

und

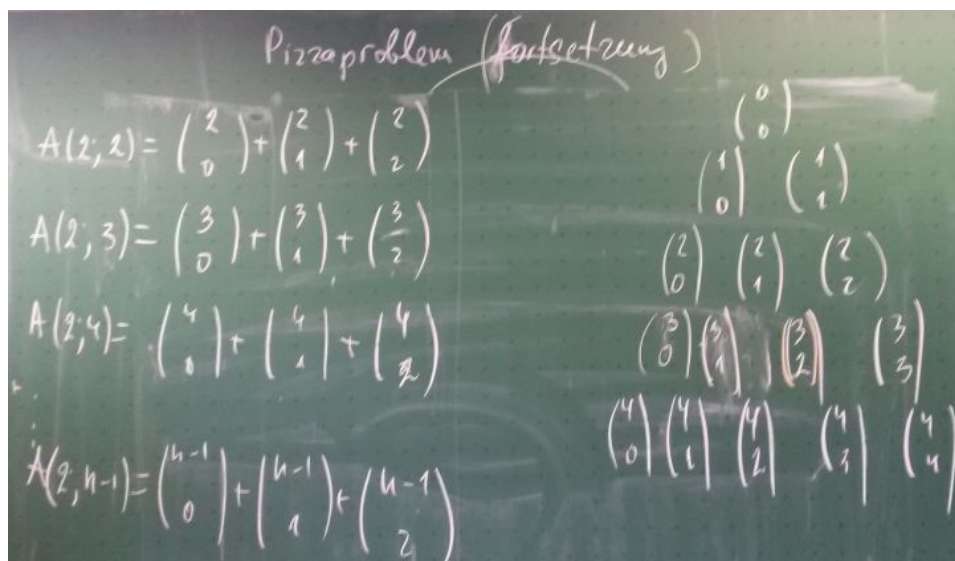
dem Landesgymnasium für Hochbegabte (Schwäbisch Gmünd, Deutschland)

"Kombinatorik"

und

algebraische Flächen mit dem Programm "SURFER"

22.06. - 04.07.2017 - Aufenthalt der ukrainischen Gruppe in Deutschland



Математическая летопись восьмого математического обмена

ЛИЦЕЙ «НАУКОВА ЗМІНА»
(Киев, Украина)

ГИМНАЗИЯ ДЛЯ ОСОБО ОДАРЁННЫХ ДЕТЕЙ
(Швебиш Гмюнд, Германия)

"Комбинаторика"

и

алгебраические поверхности в программе "SURFER"

22.06. - 04.07.2017 – украинская группа в Германии

Datum: 22.06.2017

Chronist: Chiara Ghiglione

① Kennenlernspiel



② Kombinatorik II Комбинаторика

⇒ Teil der Mathematik der sich mit der Aufzählung aller Möglichkeiten beschäftigt

→ wichtigstes Zeichen in der Kombinatorik
= Fakultät → !

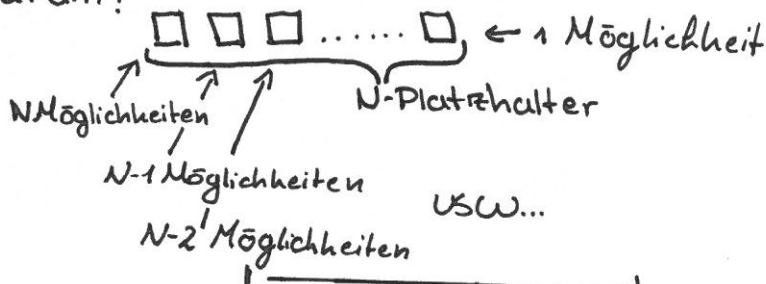
$n!$ = alle Zahlen bis n miteinander multipliziert

Permutation = Änderung der Anordnung

- $M = \{1, 2, \dots, N\}$ Wie viele verschiedene Anordnungen aus diesen N verschiedenen Elementen gibt es?

$$P_n = \boxed{N!}$$

Warum?



- $M = \{a_1 = a_2 = a_3 = \dots = a_{k_1} (a), b_1 = b_2 = b_3 = \dots = b_{k_2} (b), c_1 = c_2 = c_3 = \dots = c_{k_3} (c), \dots, z_1 = z_2 = z_3 = \dots = z_{k_L} (z)\}$. Wie viele verschiedene Elemente hat M ? L - verschiedene Elemente. Wie viele Elemente insgesamt hat M ? $k_1 + k_2 + k_3 + \dots + k_L = N$

→ Wie viele Permutationen gibt es?

$$P_N = P_N(k_1, k_2, k_3, \dots, k_L) \Rightarrow \text{nicht alle Elemente sind verschieden}$$

$$\frac{N!}{k_1! \cdot k_2! \cdot \dots \cdot k_L!}$$

Datum: 22.06.2017

Chronist: Chiara Ghiglione

Beispiel

2

$$M = \{1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 4\}$$

$$\left. \begin{array}{ll} a=1 & k_1=2 \\ b=2 & k_2=3 \\ c=3 & k_3=2 \\ d=4 & k_4=4 \end{array} \right\} n=11$$

$$P_{11}(2;3;2;4) = \frac{11!}{2! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 4!}$$

Variation II Вapna naEine Menge M mit verschiedenen N -Elementen

$$M = \{1, 2, 3, \dots, N\}$$

→ es werden k Elemente mit der Berücksichtigung der Reihenfolge gezogenz.B. $1, 2, 3, \dots, k$ Wie viele Variationen von k verschiedenen Elementen aus N vorhandenen Elementen gibt es? V_n^k - Anzahl der Variationen von k Elem. aus N Elem.

$$\Rightarrow V_n^k = \frac{n(n-1) \cdot \dots \cdot (n-(k-1)) \cdot (n-k) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1}{(n-k) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1}$$

$$= \frac{n!}{(n-k)!}$$

Variationen mit Wiederholung $M = \{1, 2, \dots, N\}$ wird gezogen mit Zurücklegen

$$\underline{V_N^k = N^k}$$

Datum: 22.06.2017

Chronist: Chiara Ghiglione

Kombination

$$M = \{1, 2, 3, \dots, n\}$$

Es werden k -verschiedene Elemente ~~ohne~~ Berücksichtigung der Reihenfolge

Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es?

$$C_n^k = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!} = \frac{V_n^k}{P_k}$$

—————

Kombinationen mit zurücklegen

$$M = \{1, 2, \dots, n\}$$

Es werden k Elemente mit zurücklegen gezogen

Wie viele verschiedene Kombinationen gibt es?

$$\overline{C}_n^k = \binom{n+k-1}{k}$$

Beispiel:

$$M = \{1, 2, 3\} \quad \binom{n+k-1}{k} \Rightarrow \binom{3+2-1}{2} = \binom{4}{2} = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \underline{\underline{6}}$$

$n=3$
 $k=2$

$$\Rightarrow \# \{11, 12, 22, 23, 33\} = \underline{\underline{6}} \quad \checkmark$$

Beispiel:

$$M = \{1, 2, 3, 4\} \Rightarrow \{111, 112, 113, 114, 122, 123, 124, 133, 134, 144, 222, 223, 224, 233, 234, 244, 333, 334, 344, 444\}$$

$n=4$
 $k=3$

$$\overline{C}_n^k = \binom{4+3-1}{3} = \binom{6}{3} = \frac{6!}{3! \cdot 3!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2} = \underline{\underline{20}} \quad \# = \underline{\underline{20}} \quad \checkmark$$

—————

Das waren alle 6 Grundbegriffe der Kombinatorik.

③

Aufgaben:

4

- 1) Ein Zahlenschloss hat 6 Räder, mit 10 Ziffern auf jedem Rad. Wie viele Palindrome sind als Kombination möglich?

=> Variationen mit Wiederholung

=> 1000 Kombinationen (10^3)

- 2) Die letzte Ziffer ist die Kontrollziffer
=(letzte Ziffer der Summe der vorherigen Ziffern)

=> Variationen mit Wiederholung

=> 100000 Kombinationen (10^5)

- 3) Wie viele solcher Kombinationen enthält keine 3?

=> Variationen mit Wiederholung

=> 9^6

#

④ Organisatorisches



Дата: 22.06.2017

Летописец: Sarah Alber

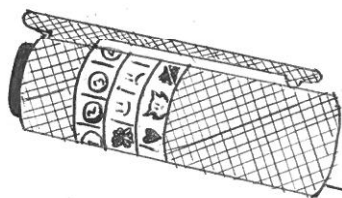
Kombinatorik 2.0Variation: Eine Menge M mit verschiedenen Elementen.

$$M = \{1, 2, 3, \dots, n\}$$

Es werden k -Elemente mit der Berücksichtigung der Reihenfolge gezogen.z.B. 123... k Wie viele Variationen von k verschiedenen Elementen aus n Vorhandenen gibt es? V_n^k - Anzahl der Variationen von k -Elementen aus n Elementen

$$V_n^k = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-(k-1)) \cdot (n-k) \cdot 2 \cdot 1}{(n-k) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1}$$

$$= \frac{n!}{(n-k)!}$$

Variation mit Wiederholung: $M = \{1, 2, \dots, n\}$

wird gezogen mit Zurücklegen

$$\bar{V}_n^k = n^k$$

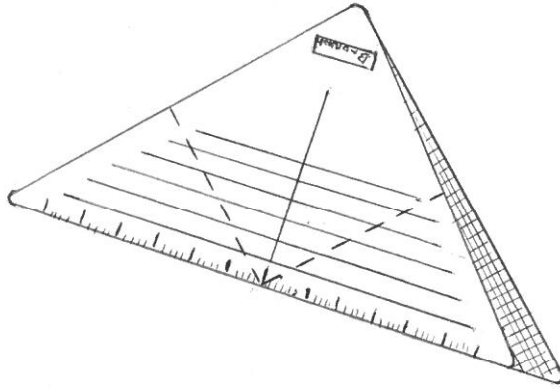
Kombination: $M = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ es werden k verschiedene Elemente aus n Elementen gezogen ohne Berücksichtigung der Reihenfolge.

Wie viele verschiedenen Kombinationen gibt es?

$$C_n^k = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! k!} = \frac{V_n^k}{P_k}$$

Datum: 22.06.2017

Chronist: Sarah Alber

Kombinationen mit Zurücklegen: $M = \{1, 2, \dots, n\}$ Es werden k Elemente mit Zurücklegen gezogen

Wie viele verschiedene Kombinationen mit Zurücklegen gibt es?

$$\bar{C}_n^k = \binom{n+k-1}{k}$$

Variationen mit Wiederholen: $M = \{1, 2, 3\}$

$$n = 3$$

$$k = 2$$

$$\# \{ \underline{11}, \underline{12}, \underline{13}, \underline{22}, \underline{23}, \underline{33} \} = 6$$



Datum: 23.6.17

Chronist: Johanna Schmieder

Binomische Formeln - Binomische Koeffizienten

$$(a+b)^n \quad n \in \mathbb{N}$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a+b)^n = \underbrace{C_n^0 \cdot a^n}_{T_{n+1}} + \underbrace{C_n^1 \cdot a^{n-1} \cdot b^1}_{n-1+1=n^2} + C_n^2 \cdot a^{n-2} \cdot b^2 + \dots + C_n^{n-1} \cdot a^1 \cdot b^{n-1}$$

$$0^0 = 1$$

$$(a+b)^n = \underbrace{(a+b) \cdot (a+b)}_{a^2} \cdot \underbrace{(a+b) \cdot \dots \cdot (a+b)}_n$$

$$\Rightarrow a^2 - C_n^2$$

$$T_{k+1} = C_n^k \cdot a^{n-k} \cdot b^k$$

$$k \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$$

Beispiel

$$(x+1)^{10} =$$

$$T_8 = C_{10}^7 \cdot x^3 \cdot 1^7 = C_{10}^7 \cdot 1^7 \cdot x^3$$

$$(x+1)^{10} = (1+x)^{10}$$

$$T_8 = T_4'$$



Datum: 23.6

Chronist: Johanna Schmieder

Beispiel 2:

$$(x+1)^5 = C_5^0 \cdot x^5 \cdot 1^0 + \underbrace{C_5^1 \cdot x^4 \cdot 1^1}_{T_2} + C_5^2 \cdot x^3 \cdot 1^2 + C_5^3 \cdot x^2 \cdot 1^3 + C_5^4 \cdot x^1 \cdot 1^4 + C_5^5 \cdot x^0 \cdot 1^5$$

$$(1+x)^5 = C_5^0 \cdot 1^5 \cdot x^0 + C_5^1 \cdot 1^4 \cdot x^1 + C_5^2 \cdot 1^3 \cdot x^2 + C_5^3 \cdot 1^2 \cdot x^3 + \underbrace{C_5^4 \cdot 1^1 \cdot x^4 + C_5^5 \cdot 1^0 \cdot x^5}_{T_5'}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

$$C_n^{n-k} = \frac{n!}{(n-(n-k))! \cdot (n-k)!} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

Pascal'sches Dreieck

$$\begin{array}{ccccccc} & & 1 & & 1 & & (a+b)^1 \\ & 1 & & 2 & & 1 & (a+b)^2 \\ 1 & & 3 & & 3 & & 1 & \dots \\ & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 & \dots \\ & & 1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1 & \dots \end{array}$$

zu beweisen:

$$C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k$$

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

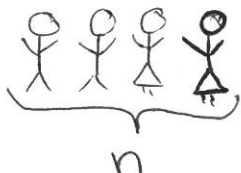
$$\begin{aligned} \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!} &= C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k = \frac{(n-1)!}{((n-1)-(k-1))! \cdot (k-1)!} + \frac{(n-1)!}{((n-1)-k)! \cdot k!} = \frac{(n-1)!}{(n-1+k+1)! \cdot (k-1)!} + \\ &+ \frac{(n-1)!}{((n-1)-k)! \cdot k!} = \frac{(n-1)!}{(n+k)! \cdot (k-1)!} + \frac{(n-1)!}{((n-1)-k)! \cdot k!} \\ &= \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!} \end{aligned}$$



Datum: 23.6

Chronist: Johanna Schmiedel

Wir haben eine Gruppe von Menschen:



Wir wollen k Menschen aussuchen.

Es gibt 2 Möglichkeiten:

1. Der ~~erste~~ Letzte ist dabei.

2. Der Letzte ist nicht dabei.

$$(a-b)^n = (a+(-b))^n = C_n^0 \cdot a^n - C_n^1 \cdot a^{n-1} \cdot b^1 + \dots + (-1)^k C_n^k \cdot a^{n-k} \cdot b^k + \dots$$

$$C_n^k a^{n-k} \cdot (-b)^k = C_n^k \cdot a^{n-k} \cdot (-1)^k \cdot b^k = (-1)^k \cdot C_n^k \cdot a^{n-k} \cdot b^k$$

Aufgaben:

$$\textcircled{1} (\sqrt{5} + \sqrt[3]{3})^{100} = C_{100}^0 (\sqrt{5})^{100} (\sqrt[3]{3})^0 + \dots + C_{100}^{100} (\sqrt{5})^0 (\sqrt[3]{3})^{100}$$

→ Wie viele Rationale Summanden gibt es?

Antwort: $17 \leq 100 : 6 + 1$

↑
muss durch
2 und 3 teilbar
sein



Datum: 23.6

Chronist: Johanna Schmieder

Aufgabe:

$$1) S = 3^n + C_n^1 \cdot 3^{n-1} \cdot 2 + C_n^2 \cdot 3^{n-2} \cdot 2^2 + \dots + 2^n$$

$$5 = 3 + 2; S = 5^n$$

→ Fasse zusammen!

2) Ein Mensch kann max. 32 Zähne haben.



Wie viele Möglichkeiten gibt es, für Kombinationen, wenn man immer von einer Lücke oder einem Zahn ausgeht?

$$\rightarrow 2^{32}$$

Gibt es mehr Menschen, oder mehr Kombinationsmöglichkeiten?

Anzahl der Menschen $\approx 7.000.000.000$

Zahnmöglichkeiten 2^{32}

$$2^{10} = 1024$$

$$2^{32} = (2^{10})^3 = (1024)^3 \cdot 4 < 1141000000 \cdot 4 < 7000000000$$

→ Es gibt mehr Menschen

$\emptyset$		Summe	=
10	1	1	2^0
21	1 1	2	2^1
32	1 2 1	4	2^2
43	1 3 3 1	8	2^3
4	1 4 6 4 1	16	2^4
...			
n	$C_n^1 \dots C_n^k \dots C_n^n$		2^n

Datum: 23.6

Chronist: Johanna Schrieder

$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^{n-1} + C_n^n = 2^n$$

$$(a+b)^n = C_n^0 \cdot a^n + C_n^1 \cdot a^{n-1} \cdot b^1 + C_n^{n-1} \cdot a \cdot b^{n-1} + C_n^n \cdot b^n$$

$$a=1, b=1$$

$$2^n = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^{n-1} + C_n^n$$

$$\sum_{i=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} C_n^{2i} = \sum_{i=0}^{\lfloor \frac{n}{2} - 1 \rfloor} C_n^{2i+1}$$

 $\Sigma \Rightarrow$ Sigma

Bsp:

$$1+2+3+\dots+100 = \sum_{k=1}^{100} k$$

$$(a+b)^6 = C_6^0 a^6 + C_6^1 a^5 b^1 + C_6^2 a^4 b^2 + C_6^3 a^3 b^3 + C_6^4 a^2 b^4 + C_6^5 a^1 b^5 + C_6^6 b^6$$

$$\sum_{i=0}^3 C_6^{2i} = C_6^0 + C_6^2 + C_6^4 + C_6^6$$

$$\sum_{i=0}^2 C_6^{2i+1} = C_6^1 + C_6^3 + C_6^5$$

$$\sum_{i=0}^3 C_7^{2i} = C_7^0 + C_7^2 + C_7^4 + C_7^6$$

$$\sum_{i=0}^3 C_7^{2i+1} = C_7^1 + C_7^3 + C_7^5 + C_7^7$$

$$3 = \frac{6}{2}$$

$$2 = \frac{6}{2} - 1$$

$$3 = \frac{7}{2}$$

$$\sum_{i=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} C_n^{2i} = \sum_{i=0}^{\lfloor \frac{n+1}{2} \rfloor - 1} C_n^{2i+1}$$

 $\Rightarrow$ Beweisen!

Datum: 24.6.17

Chronist: Charlotte

Mathe 8

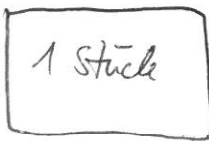
Mathematisches Protokoll

Sa - 3.

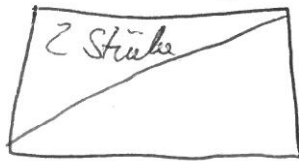
Pizzaproblem:

→ Pizza als unendlich große Ebene
 → Schnitte als schneidende Geraden

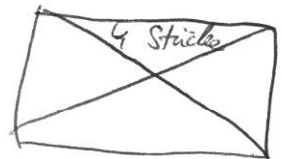
①



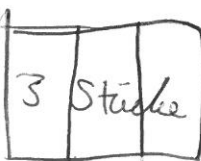
②



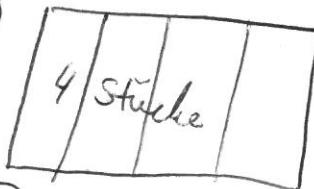
③



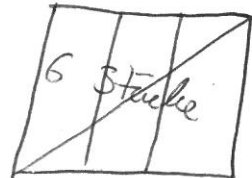
3b



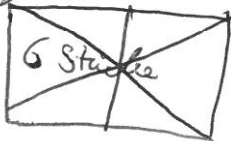
④



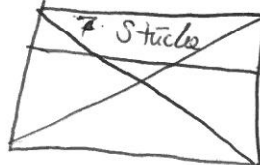
4b



4c



4d

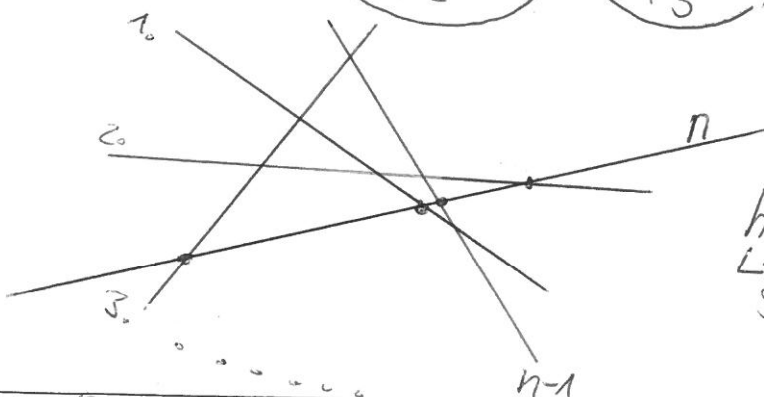


Aufgabe: Eine Ebene mit n Geraden in die maximale Anzahl der Teile aufzuteilen.

Die maximale Anzahl der Teile entsteht, wenn keine 2 Geraden parallel sind und keine 3 Geraden durch einen $\star$ Punkt laufen. Schnitte dreier Ebenen durch einen $\star$

Werte:

$$A(0)=1 \quad A(1)=2 \quad A(2)=4 \quad A(3)=7 \quad A(4)=11 \quad A(5)=16$$



$A(n) = A(n-1) + n$
 n schneidet $n-1$ vorhandene Punkte
 $\rightarrow$ geht durch $n-1$ vorhandene Stücke

$\star$ Punkt sind erlaubt.

Datum: 24.6.17

Chronist: Charlotte

$$A(n) = A(n-1) + n \quad (\text{rekursive Formel})$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{aligned} A(n) &= A(n-1) + n \\ &= \overbrace{A(n-2) + (n-1)} + n \\ &= \overbrace{A(n-3) + (n-2) + (n-1)} + n \\ &= A(0) + 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + n \\ &= 1 + 1 + 2 + 3 + \dots + n \end{aligned}$$

Formel für Summe aller natürlichen Zahlen bis n :

$$S_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n$$

$$S_n = n + (n-1) + (n-2) + \dots + 1$$

von Carl Friedrich
Gauß

$$2S_n = (n+1) + (n+1) + (n+1) + \dots + (n+1) = n \cdot (n+1)$$

$$S_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$A(n) = A(n-1) + n = 1 + \frac{n(n+1)}{2}$$

Beweis:

$$A(n) = 1 + \frac{n(n+1)}{2} = 1 + n + \frac{n(n-1)}{2} = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2}$$

Formel 1-dimensional:



$$A(1; n) = n + 1 = \binom{n}{0} + \binom{n}{1}$$

Formel 2-dimensional (s.o.):

$$A(2; n) = 1 + \frac{n(n+1)}{2} = 1 + n + \frac{n(n-1)}{2} = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2}$$

Formel 3-dimensional:

$$A(3; n) = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \binom{n}{3} =$$

Beweis s. nächstes Blatt

in beliebigem m -dimensionalen Raum: $A(m; n) = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{m}$

Datum: 24.6.17

Chronist:

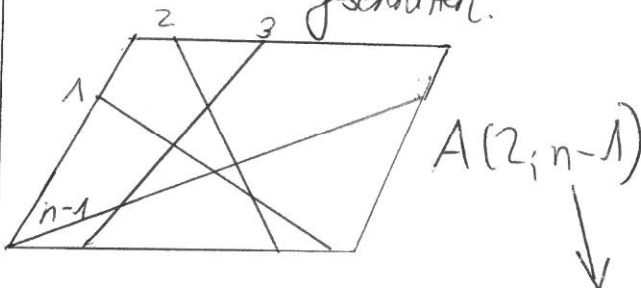
Charlotte

Beweis im 3-dimensionalen Raum:

$$A(3;0)=1 \quad A(3;1)=2 \quad A(3;2)=4 \quad A(3;3)=1+3+3+1=8$$

$$A(3;4)=1+4+6+4=15$$

$n-1$ Ebene $\Rightarrow A(3; n-1)$ (maximale Anzahl der Teilräume)
 n . Ebene $\Rightarrow$ Sie wird von allen vorhandenen $n-1$ Ebenen geschnitten.



$$A(3; n) = A(3; n-1) + A(2; n-1)$$



Datum: 25.6.17

Chronist: Jaina Tschitter

Pizzaproblem (Fortsetzung)

$$A(3; n) = A(3; n-1) + A(2; n-1)$$

$$A(3; n-1) = A(3; n-2) + A(2; n-2)$$

$$A(3; n-2) = A(3; n-3) + A(2; n-3)$$

$$A(3; 1) = A(3; 0) + A(2; 0)$$

$$A(3; n) = A(3; 0) + A(2; 0) + A(2; 1) + A(2; 2) + \dots + A(2; n-1)$$

$$\begin{array}{c} \binom{0}{0} \\ \binom{1}{0} \quad \binom{1}{1} \\ \binom{2}{0} \quad \binom{2}{1} \quad \binom{2}{2} \\ \binom{3}{0} \quad \binom{3}{1} \quad \binom{3}{2} \quad \binom{3}{3} \\ \dots \end{array}$$

$$\boxed{\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}}$$

$$A(3; 0) = 1$$

$$A(2; 0) = 1$$

$$A(2; 1) = \underbrace{\binom{1}{0} + \binom{1}{1}}_{\binom{2}{1}} + \underbrace{\binom{1}{2}}_0$$

$$\binom{3}{0} + \binom{3}{1} + \binom{3}{2} + \binom{3}{3} + \binom{3}{4}$$

$$A(2; n) = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2}$$

$$A(2; 1) = \binom{1}{0} + \binom{1}{1} + \binom{1}{2}$$

$$! \left[\binom{n}{k} = \begin{cases} \frac{n!}{k!(n-k)!}, & k \leq n \\ 0, & k > n \end{cases} \right.$$

denn es ist unmöglich,
aus weniger Elementen
mehr auszuwählen

$$A(2; 2) = \binom{2}{0} + \binom{2}{1} + \binom{2}{2}$$

$$A(2; 3) = \binom{3}{0} + \binom{3}{1} + \binom{3}{2}$$

$$A(2; 4) = \binom{4}{0} + \binom{4}{1} + \binom{4}{2}$$

$$\vdots$$

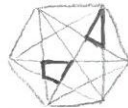
$$A(2; n-1) = \binom{n-1}{0} + \binom{n-1}{1} + \binom{n-1}{2}$$



Datum: 25.6.17

Chronist: Jaina Tschirner

Es gibt ein n -Eck (konvex), alle Punkte sind miteinander verbunden. Wobei keine drei Strecken durch einen Punkt gehen.



Wie viele Flächen entstehen?

Wie viele Strecken verbinden n Punkte miteinander?

$$\left(\begin{matrix} \binom{n}{2} \\ A(2;n) = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} \\ A(2;\binom{n}{2}) = \binom{\binom{n}{2}}{0} + \binom{\binom{n}{2}}{1} + \binom{\binom{n}{2}}{2} \end{matrix} \right) \quad \begin{matrix} \text{Anders als bei dieser Methode} \\ \text{treffen bei der neuen Methode} \\ \text{mehrere Geraden aufeinander} \end{matrix}$$

! Doppeltes Zählen auf zwei verschiedene Weisen

1) Wie viele Schnittpunkte gibt es?

Antwort: $\binom{n}{4}$ innere Schnittpunkte
+ n -Ecken

gesamt $\binom{n}{4} + n$ - Punkte

n_3 - Anzahl der Dreiecke

n_4 - Anzahl der Vierecke

n_5 - Anzahl der Fünfecke

...

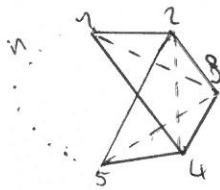
$$A(n) = n_3 + n_4 + n_5 + \dots$$



Datum: 26. Juni 2017

Chronist: Luisa Handel

Pizzaproblem (Fortsetzung)



- 1) Ein konvexes n -Eck
 - 2) Keine 3 Diagonalen gehen durch einen Punkt
- Wie viele Teilflächen entstehen $A(n)$?

 n_3 - Anzahl der $\triangle$ n_4 - Anzahl der $\square$ n_5 - Anzahl der $\diamond$

$$A(n) = n_3 + n_4 + n_5 + \dots = ?$$

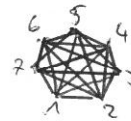
$$\square A(4) = 4$$

$$\triangle A(3) = 1$$

$$\diamond A(5) = 11$$

$$A(6) = 25$$

$$A(7) = 50$$

Methode des doppelten ZählensWie viele (Schnitt-)punkte- gibt es?

Anzahl der Schnittpunkte = Anzahl von 4-Sammlungen von Eckpunkten des n -Ecks

$$= \binom{n}{4} \quad \text{Gesamtpunktzahl} = n + \binom{n}{4}$$

n_3 -Dreiecke $\rightarrow 3 \cdot n_3$ - Eckpunkte
 n_4 -Vierecke $\rightarrow 4 \cdot n_4$ - Eckpunkte
 n_5 -Fünfecke $\rightarrow 5 \cdot n_5$ - Eckpunkte
 usw.

$$3 \cdot n_3 + 4 \cdot n_4 + 5 \cdot n_5 + \dots = 4 \times \text{Schnittpunkte} + (n-2) \cdot n$$

II. Summe aller Winkel der Figur

Summe der Eckenwinkel + Summe der Innenwinkel

$$W_{S1} = 180^\circ \cdot (n-2)$$

$$W_{S2} = 360^\circ \cdot \binom{n}{4}$$

$$n_3 \Rightarrow 180^\circ \cdot n_3$$

$$n_4 \Rightarrow 360^\circ \cdot n_4$$

$$n_5 \Rightarrow 540^\circ \cdot n_5$$

usw

$$180^\circ \cdot n_3 + 360^\circ \cdot n_4 + 540^\circ \cdot n_5 + \dots = 360^\circ \cdot (n-2) +$$

$$n_3 + 2n_4 + 3n_5 + 4n_6 + \dots = (n-2) + 2 \binom{n}{4} + 360^\circ \cdot \binom{n}{4}$$

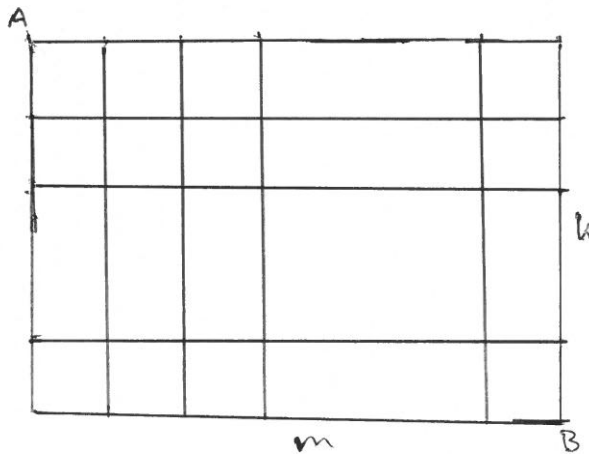
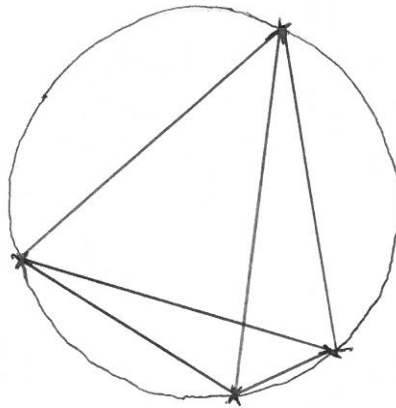
$$3n_3 + 4n_4 + 5n_5 + \dots = 4 \binom{n}{4} + n \cdot (n-2)$$

$$A(n) = \binom{n}{4} + \frac{(n-1) \cdot (n-2)}{2} = \binom{n}{4} + \binom{n-1}{2}$$

Datum: 26. Juni 2017

Chronist: Luisa Handel

$$\begin{aligned} n=2 & B(2)=2 \\ n=3 & B(3)=4 \\ n=4 & B(4)=8 \\ n=5 & B(5)=16 \\ n=6 & B(6)=31 \\ B(n) &= A(n)+n \end{aligned}$$

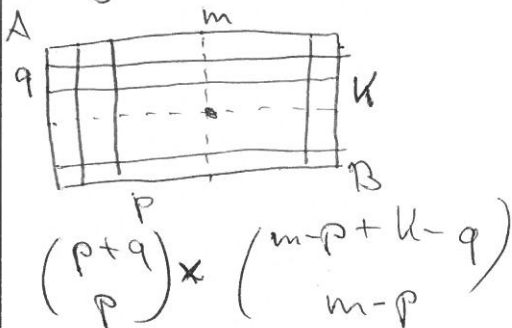


Mensch will von A nach B
möglichst schnell, wieviele
Wege kann es gehen

$\rightarrow m \downarrow k$

$$\binom{m}{k} = \binom{m}{m-k}$$

Aufg.



Pizzaproblem (Fortsetzung)

$$\begin{aligned} A(2,2) &= \binom{2}{0} + \binom{2}{1} + \binom{2}{2} \\ A(2,3) &= \binom{3}{0} + \binom{3}{1} + \binom{3}{2} \\ A(2,4) &= \binom{4}{0} + \binom{4}{1} + \binom{4}{2} \\ A(2,n-1) &= \binom{n-1}{0} + \binom{n-1}{1} + \binom{n-1}{2} \end{aligned}$$

Datum: 26. Juni 2017

Chronist: Luise Handel

Aufg.

15 Kugeln, alle Kugeln und Kisten sind
5 Kisten, unterschiedlich

wie viele Möglichkeiten der Verteilung gibt es?

5^{15} Möglichkeiten

alle Kugeln sind identisch

keine Kiste bleibt leer

ooooo|pppp|ooooo|ooo

$$14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot \binom{14}{4} \quad C_{14}^4$$

ooooo|pppp|ooooo|ooo
in weiße * * * * * darf nicht

k schwarze Kugeln

wie viele Möglichkeiten eine Kette zu bilden gibt es?

$$m > k \quad C_{m+1}^k$$

$$x + y + z + t = 2017$$

$$\underbrace{00 \dots 0}_{2017}$$

$$\underbrace{\bigcup \bigcup \bigcup \bigcup \bigcup}_{x \quad y \quad z \quad t} \quad C_{2016}^3$$

In einem Geschäft gibt es

• Nelken

• Rosen

• Tulpen

• Gladiolen

• Iris

• Sonnenblumen

Straus aus

17 Blumen

$$C_{22}^5$$

4 blaue Kugeln

4 rote -

4 weiße -

$$\bigcup_1 \bigcup_2 \bigcup_3 \bigcup_4 \bigcup_5 \bigcup_6$$

$$\left(\binom{3}{4} \right)^3$$



Datum: 27. Juni 2017

Chronist: Finn Faßbender

Aufgabe 2 Kirill + CharlotteSumme aller dreistelligen ~~Zahlen~~ Zahlen, die nur 1, 2, 3, 4 beinhalten

UUU

$$4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$$

$$277,5 \cdot 64$$

$$= 17760$$

→ Es existiert ein Durchschnitt aller Zahlen

$$\rightarrow \frac{111 + 444}{2} = \frac{112 + 443}{2}$$

$$= 277,5$$

Paare	111 - 444
	112 - 443
	113 - 442
	114 - 441
	121 - 434
	⋮

Lösung Var. 2

Ira Soloviova + Henrich

UUU

$$4 \cdot 4 = 4$$

$$\Rightarrow ((1+2+3+4) \cdot 16) \cdot 100$$

$$+ ((1+2+3+4) \cdot 16) \cdot 10$$

$$+ ((1+2+3+4) \cdot 16) \cdot 1$$

$$= 16000 + 1600 + 160 = \underline{17760}$$

Datum: 22. Juni 2017

Chronist: Finn Faßbender

Aufgabe 3 Talina + Zhenya

Ein Streifen aus 30 Kästchen, auf dem 1. ein Turm.
 Pro Schritt kann sich der Turm beliebig weit nach rechts bewegen. Wie viele Möglichkeiten in genau 2 Schritten zum Ziel zu kommen?

→ Problem von Kugeln und Kisten transferiert

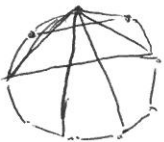
→ 2 Kisten $\Rightarrow \binom{n-1}{k-1}$ Möglichkeiten

→ 28 Kugeln

$\Rightarrow \underline{\underline{\binom{28}{6}}}$ Möglichkeiten

Aufgabe 4 ~~Sabine + Anna~~
Sahanna + Vlad

Regelmäßiges 9-erk. Wie viele Möglichkeiten mit 3 Punkten ein gleichschenkeliges Dreieck zu bilden?



Pro Punkt 3 gleichschenkelige Dreiecke

$9 \cdot 3 = 27$ Möglichkeiten

3 gleichseitige Dreiecke

$27 + 3 = \underline{\underline{30}}$ Möglichkeiten

Chirara + Nazar

Egal welche 2 Punkte ausgewählt, nur eine Möglichkeit ein gleichschenkeliges Dreieck zu zeichnen

$\binom{9}{2}$ Möglichkeiten = 36

Abziehen der gleichseitigen Dreiecke, die mehrmals gezählt wurden

$36 - 2 \cdot 3 = \underline{\underline{30}}$ Möglichkeiten

Datum: 27 Juni 2017

Chronist: Finn Fäßler

Aufgabe 5 Finn + DanyloKoeffizient von x^{100} bei $(1+x+x^2+x^3+\dots+x^{100})^3$

Es gilt

$$a^n \cdot a^m \cdot a^p = a^{n+m+p}$$

$\Rightarrow$ Anzahl der Möglichkeiten mit drei Zahlen n, m, p
100 zu bilden (inklusive 0)

$$\Rightarrow \binom{n+k-1}{k-1} \Rightarrow \binom{102}{2} = 5151$$

Aufgabe 4 ~~Gabriel + Anja~~
Christina + Bohdan

$$\textcircled{1} x + y + z = 100 ; \textcircled{2} \{x, y, z\} \in \mathbb{N} ; \textcircled{3} x, y, z \leq 60$$

Wie viele Möglichkeiten für x, y, z ?Möglichkeiten, falls $\textcircled{3}$ nicht gilt $\Rightarrow \binom{99}{2}$ Möglichkeiten für Zahlen über 60 $\Rightarrow \binom{39}{2}$ $\hookrightarrow$ jede Zahl x, y, z kann größer 60 sein

$$\Rightarrow \binom{99}{2} - 3 \cdot \binom{39}{2} = 2628$$

Kathja + Johanna

 $\textcircled{1} \textcircled{2} \textcircled{3}$ gelten

$x=1$	$y+z=99$	22 Möglichkeiten für y und z
$x=2$	$y+z=98$	23 "
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$x=39$	$y+z=61$	60 "
$x=40$	$y+z=60$	59 "
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$x=59$	$y+z=41$	40 "
$x=60$	$y+z=40$	39 "

$$22 + 23 + \dots + 59 + 60 + 59 + \dots + 40 + 39 = 2628$$