

Datum: 23.09.2016

Chronist: Doraya Ahmad

$$\left. \begin{aligned} a &= |z| \cdot \cos \varphi \\ b &= |z| \cdot \sin \varphi \end{aligned} \right\} \Rightarrow z = a + bi = |z|(\cos \varphi + i \sin \varphi) =$$

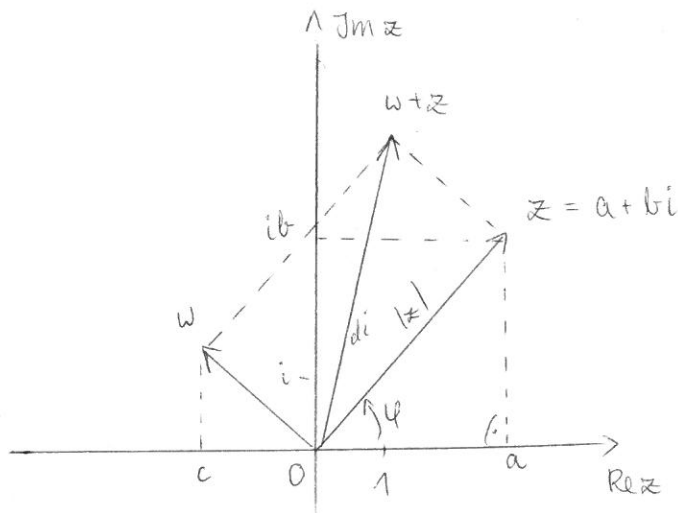
$$= |z| \cdot e^{i\varphi}$$

$$\boxed{\cos \varphi + i \sin \varphi = e^{i\varphi}}$$

$$e \approx 1,718281828459045 \dots$$

$$i = \sqrt{-1}$$

$$i^2 = -1$$



$$w + z = (a + c) + i(b + d)$$

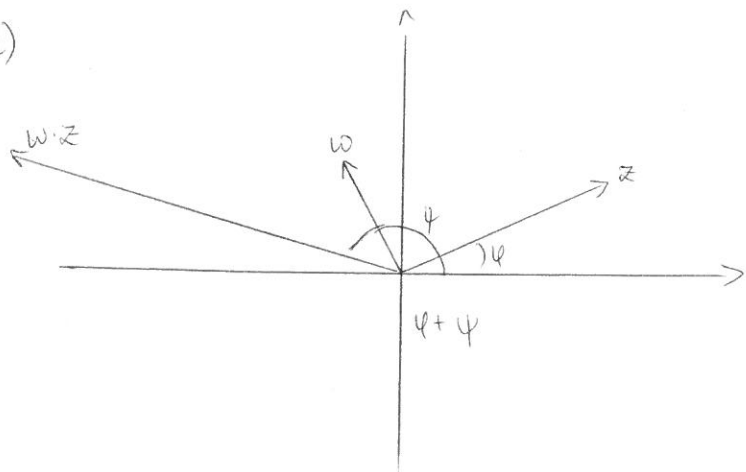
$$z = |z| \cdot e^{i\varphi}$$

$$w = |w| \cdot e^{i\psi}$$

$$zw = |z| \cdot |w| \cdot e^{i(\varphi + \psi)}$$

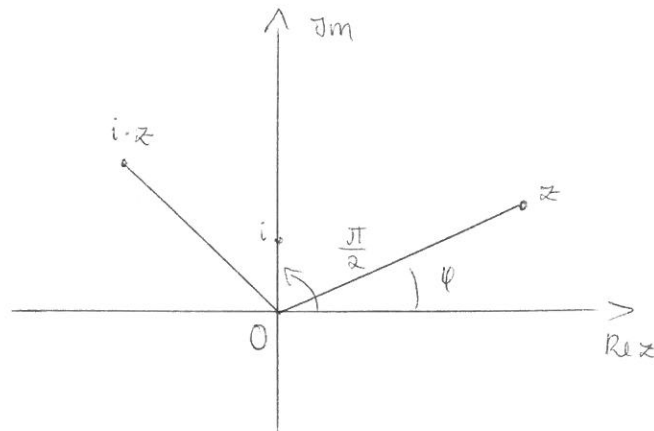
$$= |z \cdot w| e^{i(\varphi + \psi)}$$

↪ Drehtreckung



Datum: 23.09.2016

Chronist: Jaraya Ahmed



$$|i| = 1$$

$$i = 1 \cdot e^{i \frac{\pi}{2}}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$z = |z| \cdot e^{i \varphi}$$

$$i \cdot z = |z| \cdot 1 \cdot e^{i(\varphi + \frac{\pi}{2})}$$

Multiplikation mit „i“ bedeutet

eine Drehstreckung Drehung

um 90° gegen den Uhrzeigersinn.

Datum: 23.09.2016

Chronist: Soraya Ahmad

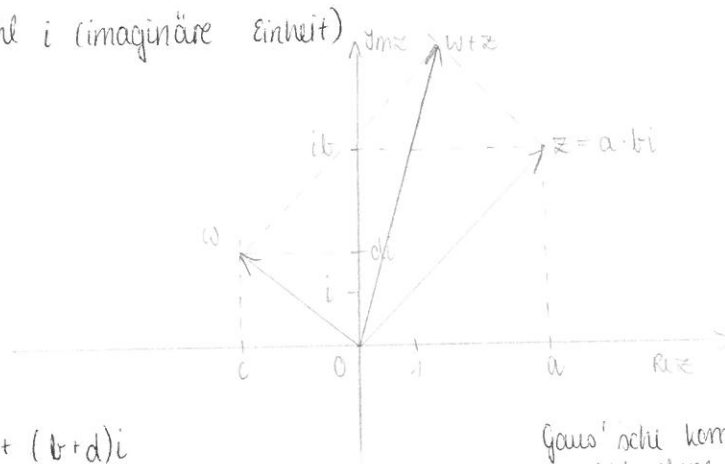
Einführung der Zahl i (imaginäre Einheit)

$$i^2 = -1$$

$$a + bi = z$$

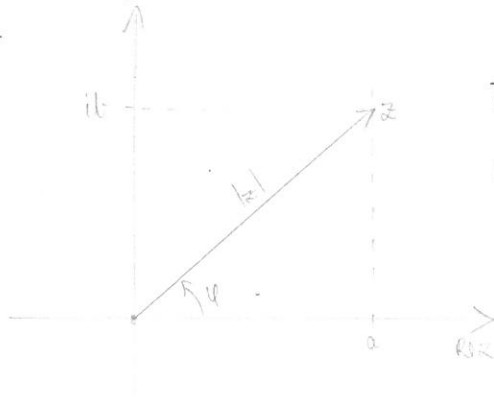
$$a = \operatorname{Re} z$$

$$b = \operatorname{Im} z$$

Gauß'sche komplexe
Zahlenebene

$$w + z = (a + c) + (b + d)i$$

→ Vektoraddition



Trigonometrische Form

$$0 \leq \varphi = \arg(z) < 2\pi$$

 $|z|$ - Betrag z

$$a = |z| \cdot \cos \varphi \quad b = |z| \cdot \sin \varphi$$

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\arg i\left(\frac{b}{a}\right) = \varphi = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$\cos \varphi + i \sin \varphi = e^{i\varphi} \quad \text{Euler-Moivre}$$

$$z = a + bi = |z| (\cos \varphi + i \sin \varphi) = z \cdot e^{i\varphi}$$

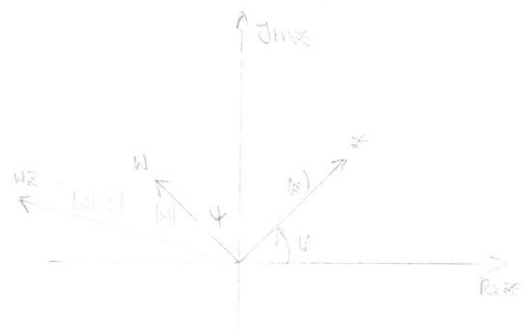
$$w \cdot z = |w| \cdot |z| \cdot e^{i(\varphi + \psi)}$$

$$|wz| = |w| \cdot |z|$$

$$\arg(wz) = \arg(w) + \arg(z) \quad (\text{mod } 2\pi)$$

$$i \cdot z \quad \text{- Drehung um } 90^\circ \left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\frac{z}{w} = \frac{|z|}{|w|} e^{i(\varphi - \psi)}$$



Datum: 23.09.2016

Chronist: Joraya Ahmad

$$z^n = |z|^n \cdot e^{i n \varphi}$$

$$|z^n| = |z|^n \cdot \arg(z^n) = (\arg z) \cdot n \quad (\text{mod } 2\pi)$$

$$\sqrt[n]{z} = w, \quad w^n = z \Leftrightarrow |w| = \sqrt[n]{|z|}$$

$$n \cdot \arg w = (\arg z + 2\pi k) \quad | : n$$

$$\arg w_k = \frac{1}{n} \arg z + 2\pi \frac{k}{n} = 0, 1, \dots, n-1$$

$$\sqrt[3]{1} = w$$

$$1_c = 1 e^{i \cdot 0}$$

$$|1_c| = 1$$

$$|w| = \sqrt[3]{1} = 1$$

$$\arg 1 = 0$$

$$\arg w_k = \frac{1}{3} \arg 1 + \frac{2\pi k}{3}, \quad k = 0, 1, 2$$

$$\arg w_0 = 0$$

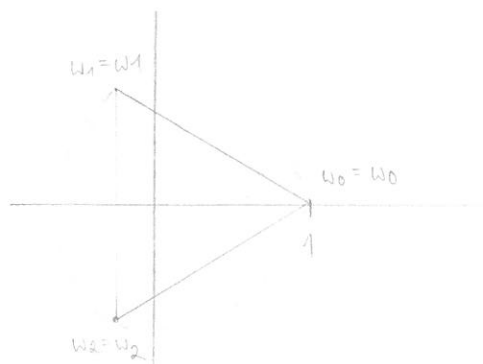
$$\arg w_1 = \frac{2\pi}{3}$$

$$\arg w_2 = \frac{4}{3} \pi$$

$$w_0 = 1$$

$$w_1 = 1 \cdot e^{i \frac{2}{3} \pi} = \cos \frac{2}{3} \pi + i \sin \frac{2}{3} \pi = \frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$w_2 = 1 \cdot e^{i \frac{4}{3} \pi} = \cos \frac{4}{3} \pi + i \sin \frac{4}{3} \pi = w_1^* = -\frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2}$$



Datum: 23.09.2016

Chronist: Joraya Ahmad

Parallelität von 2 Strecken
 $B(b)$
 $A(a)$
 $C(c)$
 $D(d)$

$\overrightarrow{AB} = (b-a)$

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB}$
 $a + z = b$
 $z = b - a$

$\overrightarrow{AB} = (b-a)$
 $\overrightarrow{CD} = (d-c)$
 $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow$
 $\arg(b-a) = \arg(d-c)$
 oder $\arg(b-a) = \arg(d-c) + \pi$

$\frac{b-a}{d-c} \in \mathbb{R}$
 $\overrightarrow{AB} = t \cdot \overrightarrow{CD}$

$\Leftrightarrow \left[\frac{b-a}{d-c} = \left(\frac{b-a}{d-c} \right)^* \right]$ Formel 1. a

1. b $A, B, D \in l$ (eine Gerade)
 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}$
 $\frac{b-a}{d-a} = \frac{(b-a)^*}{(d-a)^*} \Leftrightarrow$
 $(b-a)(d-a)^* = (d-a)(b-a)^*$
 $b(d^* - a^*) - a(d^* - a^*) - d(b^* - a^*) + a(b^* - a^*) = 0$

1. b $a(b^* - d^*) + b(d^* - a^*) + d(a^* - b^*) = 0$

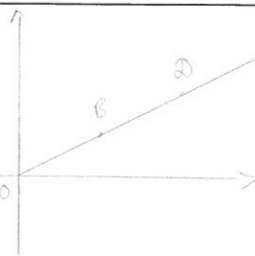
Datum: 23.09.2016

Chronist: Joraya Ahmed

1.c $0, b, d \in L$

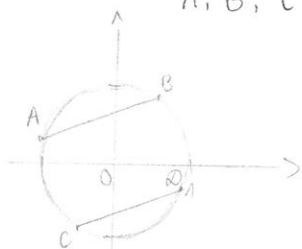
$$\Leftrightarrow \frac{b}{d} = \left(\frac{b}{d}\right)^*$$

$$\Leftrightarrow \boxed{bd^* = b^*d}$$



1.d

$$A, B, C, D \in K(0; r=1)$$

 $\Rightarrow \text{Kreis}$ 

$$|a| = 1 \Rightarrow a = e^{i\alpha} = \cos \alpha + i \sin \alpha$$

$$a^* = \cos \alpha - i \sin \alpha = \cos(-\alpha) + i \sin(-\alpha)$$

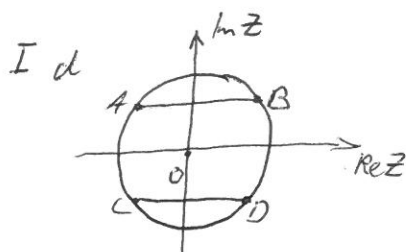
$$a^* = e^{-i\alpha} = \frac{1}{a}$$

$$a^* = \frac{1}{a}$$

$$b^* = \frac{1}{b}$$

$$c^* = \frac{1}{c}$$

$$d^* = \frac{1}{d}$$



$A, B, C, D \in K(0, r=1)$

$\vec{AB} \parallel \vec{CD} \Leftrightarrow ? \boxed{ab=cd}$

$$\begin{array}{l} a^* = \frac{1}{a} \\ b^* = \frac{1}{b} \\ c^* = \frac{1}{c} \\ d^* = \frac{1}{d} \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \vec{AB} \parallel \vec{CD} \Leftrightarrow \frac{b-a}{d-c} = \left(\frac{b-a}{d-c}\right)^* \Leftrightarrow \frac{b-a}{b^*-a^*} = \frac{d-c}{d^*-c^*} \\ \frac{b-a}{\frac{1}{b}-\frac{1}{a}} = \frac{d-c}{\frac{1}{d}-\frac{1}{c}} \Leftrightarrow \frac{b-a}{\frac{a-b}{ab}} = \frac{d-c}{\frac{c-d}{cd}} \Leftrightarrow \boxed{ab=cd} \end{array} \right.$$

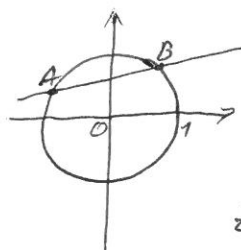
2. Geradengleichung

1b $A, B, D \in l: a(b^*-d^*)+b(d^*-a^*)+d(a^*-b^*)=0$

$D \rightarrow Z: a(b^*-Z^*)+b(Z^*-a^*)+Z(a^*-b^*)=0$

$\Leftrightarrow \boxed{Z(a^*-b^*)+Z^*(b-a)+ab^*-a^*b=0}$

2b



Sekante durch A, B

$a^* = \frac{1}{a}, b^* = \frac{1}{b}$

$a \neq b$

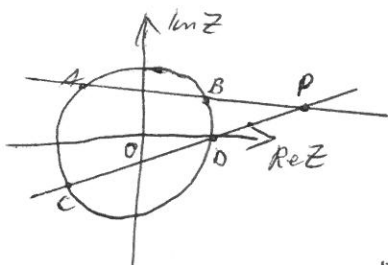
$Z\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)+Z^*(b-a)+a\cdot\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\cdot b=0$

$Z \cdot \frac{b-a}{ab} + Z^*(b-a) + \frac{a^2-b^2}{ab} = 0 \quad | : (b-a) \neq 0$

$Z \cdot \frac{1}{ab} + Z^* - \frac{a+b}{ab} = 0 \quad | \cdot ab$

$\boxed{Z+abZ^*=a+b}$

2c Schnittpunkt von 2 Sekanten



$P \in (AB) \cap (CD)$

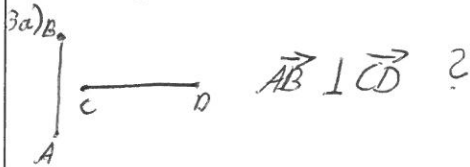
$(AB): Z+abZ^*=a+b$

$(CD): Z+cdZ^*=c+d$

$Z^*(ab-cd)=(a+b)-(c+d)$

$ab-cd \neq 0$
 $ab=cd \Leftrightarrow \vec{AB} \parallel \vec{CD}$

$\boxed{P = \frac{(a+b)-(c+d)}{ab-cd}}$

3. Orthogonalität von zwei Strecken

$$\vec{AB} \parallel \vec{CD} \Leftrightarrow \frac{b-a}{d-c} \in \mathbb{R}$$

$$A \xrightarrow{\quad} B \quad \frac{b-a}{i(d-c)} = it$$

$$C \xrightarrow{\quad} D$$

$$\Downarrow$$

$$i(d-c) \quad D_1(i d) \quad i \cdot d = d_1$$

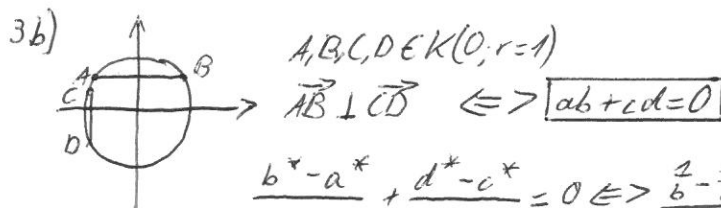
$$C_1(i c) \quad i \cdot c = c_1$$

$$\left(\frac{b-a}{i(d-c)} \right)^* = - \left(\frac{b-a}{i(d-c)} \right)$$

$$(it)^* = -it$$

$$\left(\frac{b-a}{d_1-c_1} \right)^* = - \frac{b-a}{d_1-c_1} \Leftrightarrow \left(\frac{b-a}{d_1-c_1} \right)^* + \frac{b-a}{d_1-c_1} = 0$$

$$\vec{AB} \perp \vec{CD} \Leftrightarrow \left(\frac{b-a}{d_1-c_1} \right)^* + \frac{b-a}{d_1-c_1} = 0$$

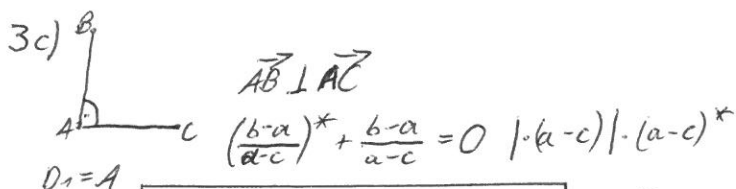


$$\vec{AB} \perp \vec{CD} \Leftrightarrow \boxed{ab + cd = 0}$$

$$\frac{b^* - a^*}{b - a} + \frac{d^* - c^*}{d - c} = 0 \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{b} - \frac{1}{a}}{b - a} + \frac{\frac{1}{d} - \frac{1}{c}}{d - c} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\frac{a-b}{ab}}{b-a} + \frac{\frac{c-d}{cd}}{d-c} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{ab} = -\frac{1}{cd}$$

$$ab = -cd$$

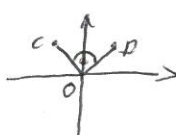


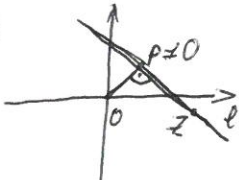
$$\left(\frac{b-a}{a-c} \right)^* + \frac{b-a}{a-c} = 0 \quad | \cdot (a-c) | \cdot (a-c)^*$$

$$D_1 = A$$

$$\boxed{(b-a)^*(a-c)^* + (b-a) \cdot (a-c) = 0} \quad \vec{AB} \perp \vec{AC}$$

3d) $A=0$
 $\alpha=0$ $\boxed{b^*c + bc^* = 0}$

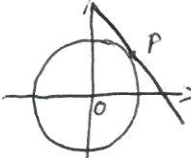


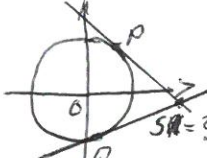
3e)  $l: \vec{z}\vec{p} \perp \vec{O}\vec{p}$ $A \leftrightarrow P$
 $\vec{p}\vec{z} \perp \vec{O}\vec{z}$ $B \leftrightarrow Z$
 $C \leftrightarrow O$

$$(z-p)^* \cdot p + (z-p)p^* = 0$$

$$z^*p - p^*p + zp^* - pp^* = 0$$

$$\boxed{z^*p + zp^* = 2pp^*} = 2|p|^2$$

3f)  Tangentengleichung im Punkt P auf dem Einheitskreis
 $P \in K(0;1) \Leftrightarrow |p|=1 : \boxed{zp^* + z^*p = 2}$

3g)  Schnittpunkt zweier Tangenten am Einheitskreis

$$\begin{aligned} zp^* + z^*p &= 2 \quad | \cdot q \\ zq^* + z^*q &= 2 \quad | \cdot p \end{aligned} \Rightarrow z(p^*q - pq^*) = 2(q-p)$$

$$p^*q - q^*p \neq 0 \Leftrightarrow p^*q \neq q^*p \Leftrightarrow \frac{p}{q} \neq \left(\frac{p}{q}\right)^*$$

$$\frac{p}{q} \notin \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{p-0}{q-0} \notin \mathbb{R} \Leftrightarrow \vec{OP} \not\parallel \vec{OQ}$$

$$\frac{b-a}{c-a} \in \mathbb{R}$$

$$S = 2 \frac{q-p}{p^*q - pq^*} = 2 \frac{q-p}{\frac{q}{p} - \frac{p}{q}} = 2 \frac{q-p}{\frac{q^2-p^2}{pq}}$$

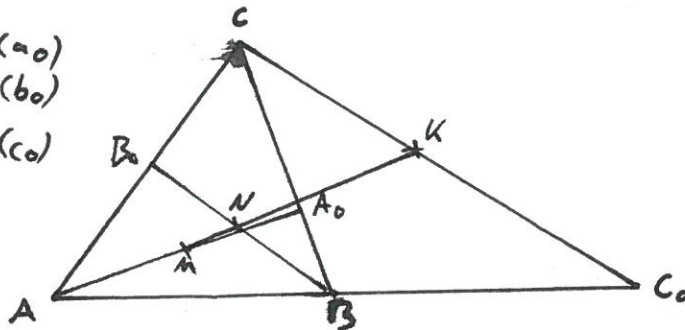
$$\boxed{S = \frac{2pq}{p+q}} = m_h(p, q)$$

Datum: 26.9.16

Chronist: Jaina Tschirner

Satz von Gauß

$B_0 \in AC$ $A_0(a_0)$
 $A_0 \in BC$ $B_0(b_0)$
 $C_0 \in AB$ $C_0(c_0)$
 $A_0, B_0, C_0 \in L$



$$AM = MA_0; \quad BN = NB_0; \quad CK = KC_0$$

$$C_0 \in AB \Leftrightarrow a(b^x - c_0^x) + b(c_0^x - a^x) + c_0(a^x - b^x) = 0$$

2) I.	$a(b^x - c_0^x) + b(c_0^x - a^x) + c_0(a^x - b^x) = 0$	A, B, C_0
II.	$b(a_0^x - c) + a_0(c^x - b^x) + c(b^x - a_0^x) = 0$	B, A_0, C
III.	$c(b_0^x - a^x) + b_0(a^x - c^x) + a(c^x - b_0^x) = 0$	C, B_0, A
IV.	$c_0(a_0^x - b_0^x) + a_0(b_0^x - c_0^x) + b_0(c_0^x - a_0^x) = 0$	A_0, B_0, C_0

3) $M\left(\frac{a+a_0}{2}\right); \quad N\left(\frac{b+b_0}{2}\right); \quad K\left(\frac{c+c_0}{2}\right)$

3)

4) $\Leftrightarrow VI \quad m(n^x - k^x) + n(k^x - m^x) + k(m^x - n^x) = 0$? muss noch bewiesen werden | 4

$$(a+a_0)(b^x + b_0^x - c^x - c_0^x) + (b+b_0)(c^x + c_0^x - a^x - a_0^x) + (c+c_0)(a^x + a_0^x - b^x - b_0^x) = 0$$

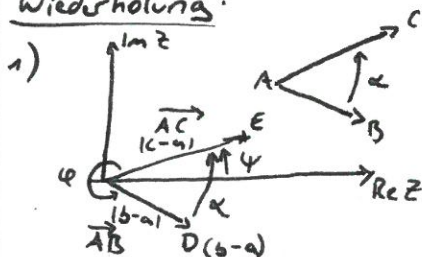
$$VI = I \pm II \pm III \pm IV$$

$$VI = I - III + IV - II$$

$$(a+a_0)((b^x - c_0^x) - (c^x - b_0^x)) + (b+b_0)((c_0^x - a^x) - (a_0^x - c^x)) + (c+c_0)((a_0^x - b_0^x) - (b_0^x - a^x)) = 0$$

I, II, III & IV = 0, dementsprechend ist VI auch 0.

Wiederholung:



$$\varphi = \arg(b-a) \quad b-a = |b-a| \cdot e^{i\varphi}$$

$$\psi = \arg(c-a) \quad c-a = |c-a| \cdot e^{i\psi}$$

$$\alpha = 2\pi - \varphi + \psi = \psi - \varphi + 2\pi$$

$$\frac{c-a}{b-a} = \frac{|c-a|}{|b-a|} \cdot e^{i(\psi-\varphi)}$$

$$= \frac{|c-a|}{|b-a|} \cdot e^{i\alpha}$$

$$e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi$$

$$= \cos(\varphi + 2\pi \cdot k) + i \sin(\varphi + 2\pi \cdot k)$$

$$= e^{i(\varphi + 2\pi \cdot k)} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\alpha = \arg\left(\frac{c-a}{b-a}\right) = \arg(c-a) - \arg(b-a) \pmod{2\pi}$$

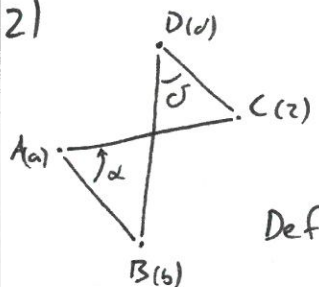
Def: $(c, b, a) = \frac{c-a}{b-a}$ Differenzenquotient

$a, b, c \in L \Leftrightarrow (c, b, a) \in \mathbb{R} \quad (\alpha = 0; \text{ oder } \pi)$

Datum: 26.9.16

Chronist: Jaina Schröder

2)



$$\alpha = \arg\left(\frac{c-a}{b-a}\right)$$

$$\alpha = \delta? \Leftrightarrow A, B, C, D \in K$$

$$\delta = \arg\left(\frac{c-a}{b-a}\right)$$

$$\alpha - \delta = 0 = \arg\left(\frac{c-a}{b-a}\right) - \arg\left(\frac{c-d}{b-d}\right) = \arg\left(\left(\frac{c-a}{b-a}\right) / \left(\frac{c-d}{b-d}\right)\right)$$

Def: $(c, b; a, d) = \left(\left(\frac{c-a}{b-a}\right) / \left(\frac{c-d}{b-d}\right)\right)$ Doppelverhältnis von vier komplexen Zahlen

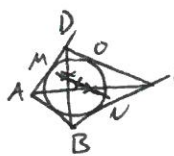
$(c, b; a, d)$ ist genau dann reell, wenn A, B, C, D auf einem Kreis oder einer Geraden liegen.

Komplexe Zahlen

- Geometrische Sätze -

 $\Rightarrow$ Newton's Satz

Zu Beweisen:
die drei Punkte
liegen auf einer
Linie



$$M, O, N \in L$$

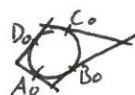
$$M \neq N \neq O$$

M, N, O sind verschiedene Punkte

$$\begin{cases} AN = NC \\ BM = MD \end{cases}$$

! Bei Anwendungen komplexer Geometrie wird nie ein Koordinatensystem gezeichnet

Beweis:



$$1) K(O, r=1)$$

$$A_0(a), B_0(b), C_0(c), D_0(d)$$

$$2) \text{ Gleichungen der Tangenten schreiben } AB, BC, CD, DA \quad z \cdot (a^* - b^*) + z^* (b - a) + ab^* + a^*b = 0$$

$$3) \text{ Schnittpunkte der Tangenten berechnen } A(); B(); C(); D() \quad AB \cap DA = A$$

$$4) B(), D() \Rightarrow M(m)$$

Koordinaten als Mittelpunkt

$$A(), C() \Rightarrow N(n)$$

$$5) M, O, N \in L \Leftrightarrow \frac{m}{n} = \frac{m^*}{n^*}$$

□ Die Punkte liegen auf einer Linie, einer davon ist Mittelpunkt des Einheitskreises

$$2) AB: z a^* + z^* a = 2; BC: z b^* + z^* b = 2; CD: z c^* + z^* c = 2; DA: z d^* + z^* d = 2$$

$$3) A() \begin{cases} z a^* + z^* a = 2 & 1 \cdot d \\ z d^* + z^* d = 2 & 1 \cdot a \end{cases} \Leftrightarrow \frac{z \cdot a^* \cdot d + z^* \cdot d \cdot a}{z \cdot d^* \cdot a + z^* \cdot a \cdot d}$$

$$z(a^*d - d^*a) = 2d - 2a$$

$$z = \frac{2d - 2a}{a^*d - d^*a} \xrightarrow{\frac{d^*}{a^*} - \frac{a}{d}} = \frac{z(d-a)}{\frac{d^2 - a^2}{ad}} = \frac{zad}{d+a}$$

$a^*d = d^*a \rightarrow$ Unter dem Bruch darf keine Null stehen!
 $\frac{a}{d} = \frac{a^*}{d^*}$ d fällt also nicht mit dem MP des Kreises zusammen

bedeutet $A, D, O \in L$ $\rightarrow$ Tangenten haben keinen Schnittpunkt $BA \parallel DA$

3)

$$A\left(\frac{2ad}{a+d}\right); B\left(\frac{2ab}{a+b}\right); C\left(\frac{2bc}{b+c}\right); D\left(\frac{2cd}{c+d}\right)$$

Datum: 26.9.16

Chronist: Jaina Tschritter

$$4) \quad n = \frac{1}{2} \left(\frac{2ad}{a+d} + \frac{2bc}{b+c} \right) = \frac{abd + abc + dbc + adc}{(a+d)(b+c)} \quad \checkmark \text{ Zähler identisch!}$$

$$m = \frac{1}{2} \left(\frac{2ab}{a+b} + \frac{2cd}{c+d} \right) = \frac{abc + abd + acd + bcd}{(a+b)(c+d)}$$

→ bei $\frac{m}{n}$ verschwinden beide Zähler

$$\frac{m}{n} = \frac{(a+d)(b+c)}{(a+b)(c+d)}$$

$$\left[\frac{z_1}{z_2} \right]^x = \frac{z_1^x}{z_2^x}$$

$$(z_1 \cdot z_2)^x = z_1^x \cdot z_2^x$$

$$(z_1 + z_2)^x = z_1^x + z_2^x$$

$$\frac{m^*}{n^*} = \frac{(a+d)(b+c)^x}{(a+b)(c+d)^x} =$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{d}\right) \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)}{\left(\left(\frac{1}{a}\right) + \left(\frac{1}{b}\right)\right) \left(\left(\frac{1}{c}\right) + \left(\frac{1}{d}\right)\right)} = \frac{\frac{(a+d)(b+c)}{abcd}}{\frac{(b+a)(c+d)}{abcd}} = \frac{(a+d)(b+c)}{(a+b)(c+d)} = \frac{m}{n} \quad \square$$

Eulersche Gerade und der 9-Punkte-Kreis

$$1) \quad \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$$

$$D\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

$$2) \quad S\left(\frac{a+b+c}{3}\right) \text{ Schwerpunkt}$$

$$3) \quad G = a+b+c \rightarrow \Sigma(G)$$

$$G = 3 \cdot \frac{a+b+c}{3}$$

$$G - c = b + a = 2d$$

$$|G - c| = |b + a| = 2 \cdot \left|\frac{b+a}{2}\right| = 2|\overrightarrow{OD}|$$

$$\overrightarrow{CE} \perp \overrightarrow{AB} \quad \overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{OD} \Leftrightarrow \overrightarrow{CE} \parallel \overrightarrow{OD}$$

$$\overrightarrow{OD} \perp \overrightarrow{AB} \Rightarrow \overrightarrow{CE} \perp \overrightarrow{AB}$$

$\Sigma \in$ Höhe durch C

$$G - a = b + c$$

$$G - b = a + c$$

$\Sigma (G = a+b+c)$ - ist Orthozentrum des Dreiecks

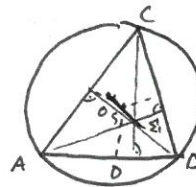
Folgerung:

$$O(0), S\left(\frac{a+b+c}{3} = s\right), \Sigma (G = a+b+c)$$

$$\Rightarrow O, S, \Sigma \in L \text{ Eulersche Gerade}$$

$$\overrightarrow{OS} = 3 \overrightarrow{OS}$$

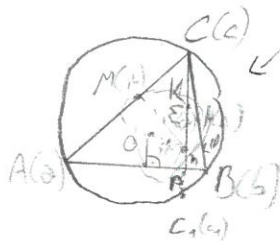
$$|\overrightarrow{OS}| : |\overrightarrow{SE}| = \frac{1}{3}$$



Datum: 27.09.2016

Chronist: Martin C. Ebeler & Felix Schüringer

G-Punkte-Kreis



$K(0; r=1)$

$$d = \frac{a+b}{2}$$

$$\sigma = a+b+c$$

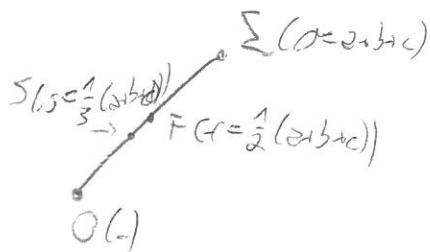
$$f = \frac{1}{2}(a+b+c)$$

$$m = \frac{a+c}{2}$$

$$n = \frac{b+c}{2}$$

$$k = \frac{a+b}{2}$$

$$l = \frac{b+a}{2}$$



$$1. |\vec{DF}| = |f-d| = \left| \frac{1}{2}(a+b+c) - \frac{1}{2}(a+b) \right| = \left| \frac{c}{2} \right| = \frac{|c|}{2}$$

$$|\vec{FM}| = |\vec{FN}| = \frac{1}{2}$$

$$2. |\vec{KF}| = |f-k| = \left| \frac{1}{2}\sigma - \frac{a+b}{2} \right| = \left| \frac{c}{2} \right| = \frac{|c|}{2}$$

$$|\vec{FL}| = |l-f| = \frac{|b|}{2} = \frac{1}{2}$$

$$3. |\vec{FP}| = |\vec{AS}| = |\vec{AC}_1|$$

$$P(p) \quad p = ?$$

$$p = \frac{a+c_1}{2} = \frac{1}{2}\left(\sigma - \frac{2b}{c}\right)$$

$$AD \perp CG$$

$$A, B, C, C_1 \in K(0; 1)$$

$$b+c_1=0$$

$$c_1 = -\frac{2b}{c}$$

$$|\vec{AC}| = |c-a|$$

$$|\vec{AS}| = |\sigma-a| = |b+c|$$

$$|\vec{AC}_1| = |c_1-a| = \left| -\frac{2b}{c} - a \right| = \frac{|a| |b+c|}{|c|}$$

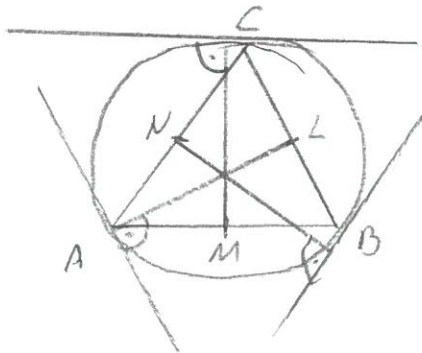
$$= |b+c|$$

$$|\vec{FP}| = |p-f| = \left| \frac{1}{2}\left(\sigma - \frac{2b}{c}\right) - \frac{1}{2}\sigma \right| = \frac{1}{2} \frac{|a| \cdot |b|}{|c|} = \frac{1}{2}$$

Datum: 27.09.2016

Chronist: Martin C. Ebele & Felix Schüringer

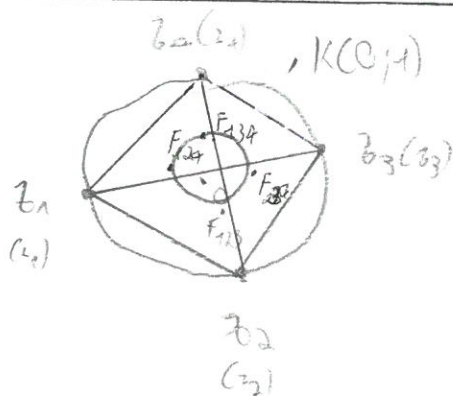
Satz von Euler:



$$e_1: z = \frac{a+b}{2} + ic$$

$$f = \frac{1}{2}: z = \frac{a+b}{2} + \frac{1}{2}c$$

Ferret'sche Kreis für ein 4-Eck



$$f_{123} = \frac{1}{2}(z_1 + z_2 + z_3)$$

$$f_{134} = \frac{1}{2}(z_1 + z_3 + z_4)$$

$$f_{124} = \frac{1}{2}(z_1 + z_2 + z_4)$$

$$f_{234} = \frac{1}{2}(z_2 + z_3 + z_4)$$

$$f_{1234} = \frac{1}{2}(z_1 + z_2 + z_3 + z_4)$$

$$|f_{1234} - f_{123}| = \frac{1}{2}|z_4| = \frac{1}{2}$$

$$f_{123}, f_{124}, f_{134}, f_{234} \in K(f_{1234}, r = \frac{1}{2})$$

Datum: 27.9.2016

Chronist: Felix Schmeizinger

Wiederholung:

$$(a, b, c) = \frac{a-c}{b-c} \in \mathbb{R} \Leftrightarrow A, B, C \in L$$

$$(a, b; c, d) = \frac{\frac{a-c}{b-c}}{\frac{a-d}{b-d}} \in \mathbb{R} \Leftrightarrow A, B, C, D \in L \text{ / } K$$

$\Rightarrow$ wie kann aus $(a, b; c, d)$ (a, b, c) entstehen?

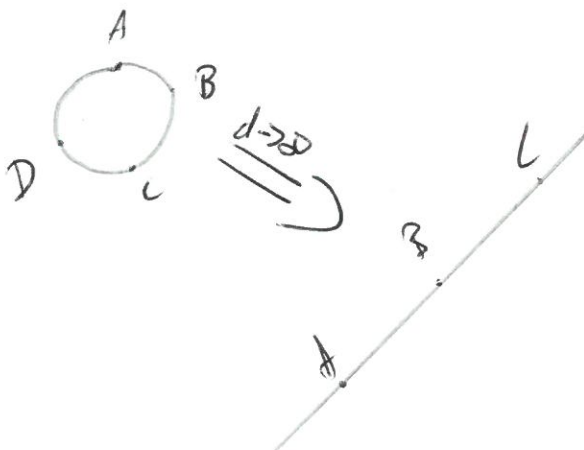
$$(a, b; c, d) \xrightarrow{d \rightarrow \infty} (a, b, c)$$

well:

$$\frac{a-d}{b-d} = \frac{d \cdot (\frac{a}{d} - 1)}{d \cdot (\frac{b}{d} - 1)} = \frac{\frac{a}{d} - 1}{\frac{b}{d} - 1} \xrightarrow{d \rightarrow \infty} 1$$

und daher:

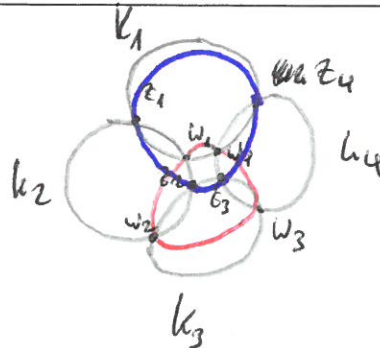
$$\frac{(a, b, c)}{(a, b, d)} \Rightarrow a, b, d = 1$$



wenn $d \rightarrow \infty$
wächst der Kreis;
 $r \rightarrow \infty$, und wird
zu einer Gerade

Datum: 27.09.2016

Chronist: Felix Schneideringer

Clifford:Satz:

$$\overline{z_1, z_2, z_3, z_4} \in \mathbb{K}_5 \Leftrightarrow \overline{w_1, w_2, w_3, w_4} \in \mathbb{K}_6$$

Beweis:

$$(z_1, w_2; z_2, w_1) = \frac{z_1 - z_2}{w_2 - z_2} \bigg/ \frac{z_1 - w_1}{w_2 - w_1} \in \mathbb{R}$$

$$(z_2, w_3; z_3, w_2) = \frac{z_2 - z_3}{w_3 - z_3} \bigg/ \frac{z_2 - w_2}{w_3 - w_2} \in \mathbb{R}$$

$$(z_3, w_4; z_4, w_3) = \frac{z_3 - z_4}{w_4 - z_4} \bigg/ \frac{z_3 - w_3}{w_4 - w_3} \in \mathbb{R}$$

$$(z_4, w_1; z_1, w_4) = \frac{z_4 - z_1}{w_1 - z_1} \bigg/ \frac{z_4 - w_4}{w_1 - w_4} \in \mathbb{R}$$

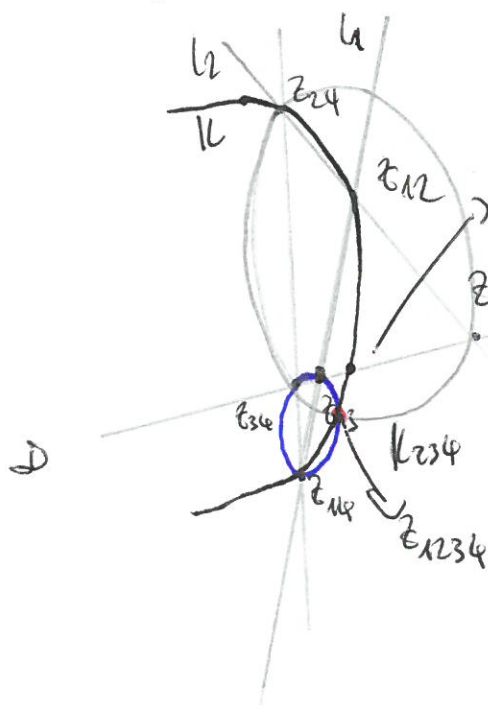
$$\overline{(z_1, w_2; z_2, w_1)} \cdot \overline{(z_3, w_4; z_4, w_3)} \in \mathbb{R}$$

$$= \frac{\overline{\frac{z_1 - z_2}{w_2 - z_2}}}{\overline{\frac{z_1 - w_1}{w_2 - w_1}}} \cdot \frac{\overline{\frac{z_3 - z_4}{w_4 - z_4}}}{\overline{\frac{z_3 - w_3}{w_4 - w_3}}} = \frac{\frac{z_2 - z_3}{w_3 - z_3}}{\frac{z_2 - w_2}{w_3 - w_2}} \cdot \frac{\frac{z_4 - z_1}{w_1 - z_1}}{\frac{z_4 - w_4}{w_1 - w_4}} =$$

Chronist: Felix Schmeitzinger

$$= \pm(z_1, z_3; z_2, z_4) (w_1, w_3; w_2, w_4) \in \mathbb{R}$$

(das Produkt ist reell $\Rightarrow$ die Faktoren sind reell)



$K_{234} \quad l_2 : \begin{matrix} 7_{24} & 7_{23} \\ 23 & 24 \end{matrix}$
 $l_2 \quad l_1 : \infty \quad 7_{12}$

$$L_1 \quad U_{134} : \quad Z_{\text{dreh}}^{12} \quad Z_{13}^{14}$$

$$K_{134} K_{234} : Z_{34} \quad z_{1234}$$

da $z_{23}, z_{13}, z_{34} \in L$
(Satz von Clifford für "ausgewählte
Urteile" $\rightarrow$ Geraden)

$$\Rightarrow z_{24}, z_{12}, z_{14}, z_{1234} \in V$$

Datum: 27. 9. 2016

Chronist: Felix Schuerzinger

Hauptsatz der Algebra

$$a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \dots + a_{n-1} x + a_n = 0$$

$$\{a_0; a_1; \dots; a_n\} \in \mathbb{C}$$

(Lösungen der Gleichung liegen in den komplexen Zahlen)

a

$$P(x) \quad P(a) = 0$$

$$P(x) = (x-a) Q(x)$$

$$z^n + a_1 z^{n-1} + a_2 z^{n-2} + \dots + a_{n-1} z + a_n = 0$$

 z_1

$$(z - z_1) \cdot (z^{n-1} + b_1 z^{n-2} + \dots + b_{n-2} z + b_{n-1}) = 0 =$$

$$= (z - z_1) (z - z_2) \dots (z - z_n)$$

n -Klammern

 $\Downarrow$

n - Nullstellen der Gleichung

$$z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_{n-1} z + a_n = 0$$

$$\{a_1; a_2; \dots; a_n\} \in \mathbb{R}$$

Datum:

Chronist:

I Satz: Wenn z_0 die Lösung der Gleichung, ist z_0^* auch die Lösung der Gleichung

Beweis: $(z_0^n + a_1 z_0^{n-1} + \dots + a_n)^* = 0^*$

$$(z_0^*)^n + a_1 (z_0^*)^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

$\Rightarrow z_0^*$ ist auch eine Nullstelle dieses Term

II Satz: ~~Ein~~ Ein Term mit ~~ungeraden~~ ~~Nullstellen~~ einer ungeraden Potenz hat mindestens eine ~~reelle~~ reelle Nullstelle.

Beweis: Da ~~der~~ Term immer so viele Nullstellen wie seine höchste Potenz hat (also hier eine ungerade Anzahl), und für eine komplexe Nullstelle z_0 auch z_0^* eine Nullstelle ist, heißt das, dass mindestens eine reelle Nullstelle vorhanden sein muss

$$P(z) = \underline{(z - z_0)(z - z_0^*)} \cdot q(z) \quad \begin{matrix} z_0 & z_0^* \\ z_0 = a+bi \\ z_0^* = a-bi \end{matrix}$$

$$\underline{z^2 - (z_0 + z_0^*)z + z_0 z_0^*}$$

$\Rightarrow$ Jedes Polynom kann in Polynomen maximal vom Grad 2 zerlegt werden

$$\begin{aligned} z_0 + z_0^* &= 2a \in \mathbb{R} \\ z_0 \cdot z_0^* &= a^2 + b^2 \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

Aufgabe

$$\begin{aligned} & a^2 + 1 \\ \text{und} & a^6 + 1 \end{aligned}$$

in quadratische Polynome aufzerlegen