

Experimente aus dem Museum „Technorama“ in Winterthur, in denen Kegelschnitte vorkommen

*Yanis Bena, Klasse 8, und
Artem Shchur, Klasse 9*

Am Tag vor der Abreise in die Familien besichtigten wir das Schweizer Museum [Technorama in Winterthur](#). Im Unterschied zu den meisten anderen Museen kann man hier bei allen Experimenten selber experimentieren, weswegen das Technorama weltweit berühmt ist. Da ich in Winterthur wohne (langezeit sogar 200m neben dem Technorama ☺) kenne ich viele Versuche auswendig. Dennoch gibt es immer wieder neues zu entdecken.



Ich wollte noch anmerken, dass das Technorama-[Logo](#) ein Möbius-Band – aus einem bestimmten Blickwinkel betrachtet – darstellt. (Das Möbius-Band haben wir im mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach genauer angeschaut) Auf dem Bild ist der dazugehörige Versuch im Technorama zu sehen – man beachte die Ähnlichkeit zum Logo.



Nun hatten wir die Aufgabe, möglichst viele Versuche zum Thema [Kegelschnitte](#) zu finden, im Folgenden stelle ich einige vor.

Перед днем отправления в семью мы посетили музей под названием Технорама в швейцарии. Вопреки всем остальным музеям тут можно было попробовать все. В Киеве есть музей похожий на Технораму но меньше. В Технораме было намного больше интересных вещей чем в музее в Киеве. Логотип Технорамы это лист Мёбиуса.

Я хотел бы отметить, что Технорама имеет логотип ленты Мебиуса - если смотреть с определенной точки зрения – есть сходство. (Лента Мебиуса, мы имеем в математической научно-исследовательского институте Обервольфа) картина показывает соответствующий попытку взглянуть на TECHNORAMA с другой стороны.

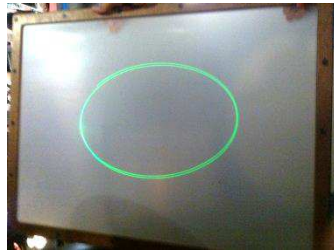
Теперь мы имеем задачу нахождения как можно больше опытов, связанных с коническими сечениями. Ниже я привожу несколько примеров.

Kegelschnitt mit Laser

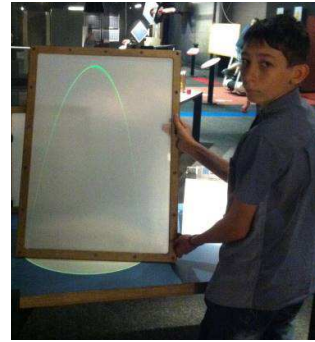
Ein sich im Kreis rotierender Laserstrahl sendet Lichtimpulse aus, d. h. diese haben die Form eines Kegels. Nun kann man diesen Lichtstrahl mit einer Ebene (hier eine Tafel) schneiden: hält man die Tafel waagrecht zur Drehachse des Lasers erhält man einen Kreis. Hält man sie hingegen leicht verschoben, erhält man eine Ellipse. Ist sie genau parallel zur Mantelfläche des Kegels, entsteht eine Parabel. Ist sie noch stärker geneigt eine Hyperbel.



Kreis / Круг



Ellipse / Елипс



Parabel / Парабола



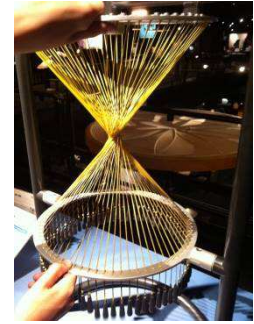
Hyperbel / Гипербола

Конические сечения с помощью лазера:

В окружности вращающегося лазер испускает световые импульсы, то есть они имеют форму конуса. Теперь вы можете менять это луч света с плоскостью (здесь на доске): Если вы держите планшет в горизонтальной оси вращения лазера получаем круг. Если вы держите его, тем не менее, немного сдвинуто, получается эллипс. Разве точно параллельно боковой поверхности конуса, создает параболу. Является ли она еще более склонна к гиперболе.

Fadenmodelle

Hier entstehen aus geraden "Fäden" gekrümmte Flächen. Bei dem verdrehbaren Zylindermodell konnten wir aus einem Zylinder einen Hyperboloid entstehen lassen.



Erstaunlich ist auch das bewegliche Flächenmodell: Hier können Sie aus einer ebenen Fläche eine Sattelfläche, ein sogenanntes hyperbolisches Paraboloid, erzeugen, wobei alle Fäden immer gerade bleiben.

Модели темы:

Здесь возникают изогнутые поверхности от прямых потоков.

Поворота модель цилиндра мы могли привести к цилиндрическому гиперболоиду.

Это также удивительно подвижные модели поверхности: Здесь вы можете выбрать плоскую поверхность, седло - поверхность, так называемый гиперболический параболоид, где все нити всегда остаются прямыми.

Hyperbelschlitz

Bei diesem Experiment konnte man einen geraden Stab durch einen krummen, genauer gesagt hyperbelförmigen Schlitz bewegen. Der Grund, dass es funktioniert ist, kennen wir bereits aus dem vorhergehenden Experiment: rotiert man den Stab um eine ihm nicht parallele Drehachse, erscheint ein Hyperboloid. Schneiden wir

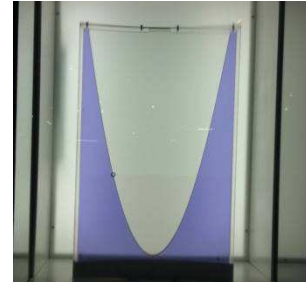
nun eine zur Drehachse parallele Ebene durch den eben erschaffenen Hyperboloid, erhalten wir den Hyperbelschlitz.

Слот гиперболы:

В этом эксперименте, можно переместить прямой стержень с изогнутый слот. Причина этого, что это работает, мы уже знаем из предыдущего эксперимента: вращается параллельно оси вращения и появляется гиперboloид. Теперь сократить параллельно уровне оси вращения вновь созданной гиперboloида, мы получаем слот для гиперболы

Wasserparabel

Alle Wasseroberflächen in rotierenden Gefässen krümmen sich umso stärker, je höher die Rotation ist. Jede Form der Wasseroberfläche - bis auf die Ruhelage - stellt dabei eine Parabel dar. Der Grund dafür liegt in der Trägheit des Wassers, in diesem Fall besser bekannt als die Fliehkraft, die das Wasser nach aussen treibt.

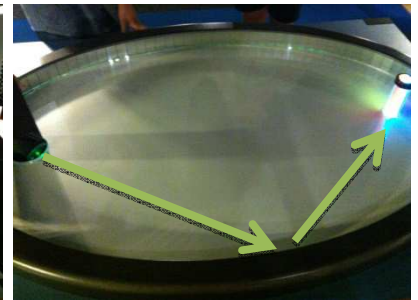
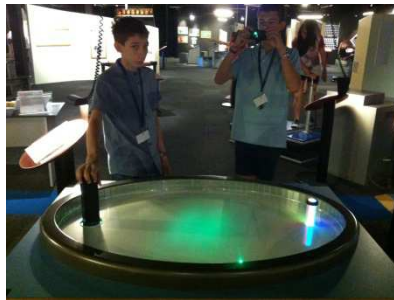


Водяная парабола:

Поверхность воды во вращающихся сосудах, изменяется от сильного вращения. Любая форма поверхности воды, кроме положения покоя, представляет собой параболу. Причина – инерция воды и центробежная сила, которая заставляет воду двигаться наружу.

Spiegelellipse

In diesem Experiment kommt die optische Eigenschaft der Ellipse zur Geltung: In einem der beiden Brennpunkte steht ein drehbares Periskop, im anderen ein farbiger Zapfen. Egal in welche Richtung man an den verspiegelten Ellipsenrand blickt, der Sehstrahl endet immer im zweiten Brennpunkt - dem farbigen Zapfen.



Эллиптическое зеркало

В этом эксперименте демонстрируется оптическое свойство эллипса. В одном из двух фокальных точек находится вращающийся перископ, с другой цветной контактный. Независимо от того, в какую точку зеркальной поверхности эллипса падает луч, его отражение всегда проходит через второй фокус.

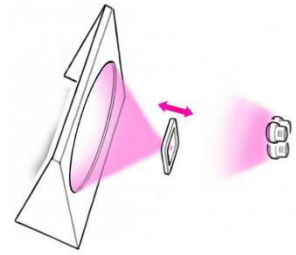
Heisses Licht

Wenn man seine Hand an dem richtigen Ort vor dem Spiegel hält, erkennt man einen heissen Punkt. Dieser kommt dadurch zu Stande, dass ein Hohlspiegel ein reelles Bild

der infraroten Wärmelampe, die den Spiegel beleuchtet, genau auf diesen Punkt reflektiert.

Горячий свет

Если вы держите руку в нужном месте перед зеркалом, вы чувствуете горячую точку. Это происходит потому, что вогнутое зеркало отражает инфракрасный свет именно в эту точку.



Abschliessend kann ich sagen, dass sich dieser Besuch trotzdem gelohnt hat, obwohl ich schon sehr oft im Technorama war. Denn nun sehe ich es mit anderen Augen, mit einer Art Kegelschnitt-Scan-Brille ☺

Мне очень понравилась Технорама и я хотел бы еще раз сходить туда.

Finn Faßbender, Klasse 8



Spiegelellipse

In die Brennpunkte einer Ellipse sind ein Laser und ein Stab eingelassen. Der Rand ist spiegelverkleidet. Egal wie man den Laser dreht, er trifft immer auf den Stab. Es wurde die optische Eigenschaft der Ellipse veranschaulicht.

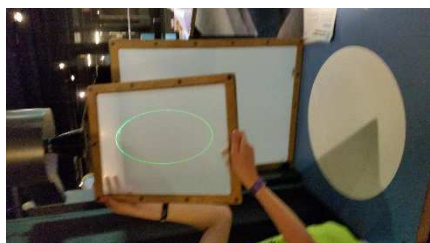
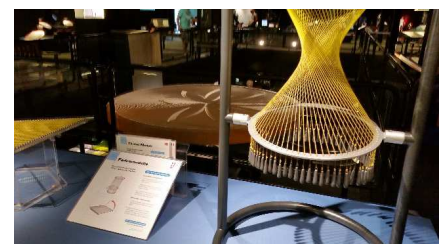
Klankkaatser

Ebenfalls mit der optischen Eigenschaft der Ellipse experimentiert der Klankkaatser. In einem Ellipsoiden ist in einem Brennpunkt ein Lautsprecher eingelassen, auf den anderen Brennpunkt stellt man sich. Geht man vom Brennpunkt herunter, hört man plötzlich fast nichts mehr.



Fadenmodelle

Durch Verdrehen und Kippen kann man hier z.B. Hyperboloiden und Parabeln erzeugen.



Kegelschnitt mit Laser

Hier konnte man mithilfe einer Platte einen durch einen Laser erzeugten Kegel selber schneiden.

Hyperbelschlitz

Hier stellte man sich die Frage, wie man einen geraden Stab, durch einen gebogenen Schlitz bekommt. Der Schlitz hatte die Form einer Hyperbel.

**Wasserparabel**

Durch das schnelle Drehen eines Quaders voller Wasser entsteht eine Parabel.

Katharina Novikov, Klasse 10

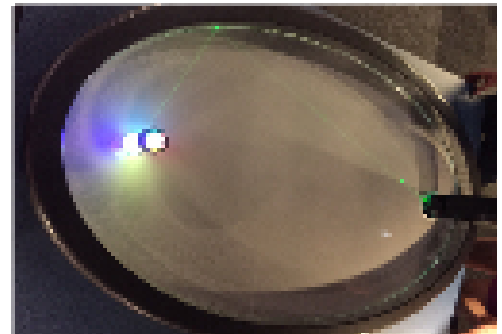
Beim Experiment „**Spiegelellipse**“ geht es um die optische Eigenschaft einer Ellipse.

Aufbau:

Der Aufbau besteht aus einer verspiegelten Ellipse und einem drehbaren Laser in dem einen, und einem Leuchtstab in dem anderen Brennpunkt.

Beobachtung:

Egal wie man den Laser dreht, der Lichtstrahl wird durch Spiegelung immer in den anderen Brennpunkt gelenkt.

**Erklärung:**

Die Beobachtung lässt sich leicht mithilfe einer Konstruktionsmöglichkeit der Ellipse erklären:

befestigt man eine Schnur zwischen zwei fixen Punkten und fährt mit einem Stift entlang des gespannten Fadens, so erhält man eine Ellipse.

Halbiert man nun den Winkel, den die Schnur am Stift bildet, so erhält man eine Normale, welche mit der Ellipse einen rechten Winkel bildet.

Das heißt sie steht senkrecht auf der Tangente durch diesen Punkt. (Definition der Ellipse)

Die Ellipsenbahn folgt also dem Reflexionsgesetz.

Da bei Reflexion Einfallswinkel = Ausfallswinkel gilt, wird der einfallende Lichtstrahl so reflektiert, dass er den anderen Brennpunkt trifft.

Dies ist immer so, da alle Punkte, an denen der Laser reflektiert wird auf der Ellipse liegen und somit dieser Definition entsprechen.

Katharina Socas, Klasse 9, und

Kateryna Antoshyna, Klasse 9, & Google translate

Fadenmodelle:

Die Ausgangsposition ist ein Zylinder. Wenn man den oberen Ring dreht, erhält man einen Doppelkegel.

Bei dem Viereck hat man am Anfang ein Parallelogramm mit gleichlangen Seitenaus Fäden. Wenn man die eine Ecke hochklappt, erhält man ein hyperbolisches Paraboloid.

Модели из ниток:

Одна из них - это две окружности с параллельно прикрепленными нитками, на концах которых маленькие грузики. Верхняя неподвижна, а нижнюю можно вращать. При повороте нитки создают тело, похожее на гиперболоид, все приближаясь к двойному конусу.

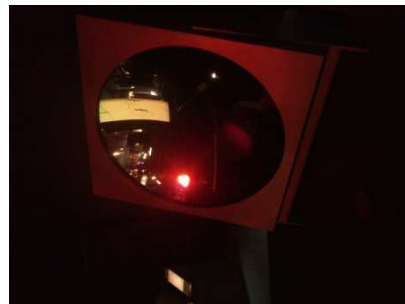
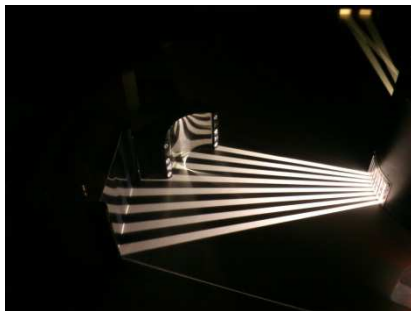


Другая модель - это рама в форме ромба с параллельно натянутыми нитками, одна половина которого неподвижна, а наклоняя другую нитки создавали гиперболический параболоид.

Parabolischer Spiegel:

Eine Lampe beleuchtet einen parabelförmigen Spiegel. Alle Strahlen werden an den gleichen Punkt zurückgeworfen. Bei einem ähnlichen Experiment wird ein parabelförmiger Spiegel mit einer Infrarot-Lampe bestrahlt. An einem Punkt davor ist es sehr heiß.

Erklärung: Der Punkt, wo alle Strahlen gebündelt werden, ist der Brennpunkt des parabelförmigen Spiegels. Diese Erscheinung ist eine optische Eigenschaft der Parabel.



Параболическое зеркало:

Маленькое параболическое зеркало, на которое светила лампа, и лучи сходились в одной точке - точке фокуса. Другое параболическое зеркало было большим, на него светила инфракрасная лампа, и когда становишься в фокусе, чувствуешь тепло.

Hyperbelschlitz:

Beim Anblick des geraden Stabs und dem ausgesägten Schlitz im roten Plexiglas denkt man, dass der Stab unverbogen nie und nimmer da durchgeht. Er ist aber in der Mitte drehbar gelagert, und beim Drehen durchquert der Stab ganz zwanglos das Plexiglas. Die Plexiglasebene bedeutet einen Schnitt durch die räumliche Bewegung, und das lässt erahnen, warum dieser ausgesägte Schlitz eine Hyperbel darstellt, die zu den «Kegelschnitten» gezählt wird. Aber Achtung: der Stab wiederum beschreibt ein räumliches Hyperboloid.



Гиперболический разрез:

Ещё было интересно, как ровная палка под углом проходит через плоскость, описывая гиперболу.

Klankkaatser:

Der „Klankkaatser“ hat im Längsschnitt die Form einer Ellipse. Eine solche Ellipse hat zwei Brennpunkte. Im oberen Brennpunkt befindet sich eine Lautsprecherbox. Von dort aus werden Klänge an den konkaven Wänden zum unteren Brennpunkt hin reflektiert, der sich in etwa auf Kopfhöhe befindet.

"Klankkaatser" имеет форму эллипса в продольном сечении. Такой эллипс имеет два фокуса. Если зайти на лестницу, голова будет примерно в точке фокуса. Второй человек становится внизу, и его голова придется на второй фокус. Если один из них будет говорить шепотом, другой его хорошо услышит, а если они будут не в фокусах, будет очень тихо.



В Технораме было много интересных экспериментов, совсем не связанных с конусами и сечениями, но у нас была задача их найти.

Luana Messa, Klasse 8, und

Anna Lagoda, Klasse 9

Fadenmodelle:

Diese Station stellt ein drehbares Zylindermodell aus Fäden dar. Aus den Fäden, welche sich im Normalzustand als gerade erweisen, entsteht durch das Drehen des oberen Rings, in welchem die Fäden ebenso festgespannt sind, eine gekrümmte Fläche. Indem Fall des Zylindermodells entsteht ein einschaliges Hyperboloid, wenn man den oberen Ring bis zum maximalen Punkt drehen sollte, ist ein nahezu perfekter Doppelkegel zu sehen. In der Regel entsteht ein solches durch die Rotation einer Hyperbel um ihre Nebenachse, in unserem Falle jedoch durch die Rotation einer Geraden (*hier: Fäden*), welche ebenfalls als die Asymptote der Hyperbel (im Querschnitt) gesehen werden kann.

Durch das ebenso bewegliche Modell einer ebenen Fläche lässt sich ein hyperbolisches Paraboloid erzeugen, welches einem Sattel ähnlich sieht.

Hyperbelschlitz:

Beim Hyperbelschlitz-Experiment ist in einer Plexiglasscheibe ein hyperbelförmiger Schlitz eingelassen, seitlich daneben drehbar gelagert befindet sich an einer horizontalen Achse ein massiver Stab. Dieser Stab soll ohne Weiteres durch Drehen durch den Hyperbelschlitz passen. Dass dieses erstaunliche und anfänglich unmöglich erscheinende Experiment doch funktioniert, lässt sich recht leicht anhand des bereits durch das vorhergehende Experiment geschlossenen



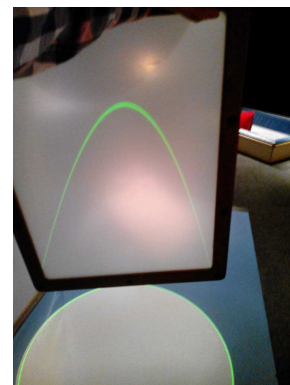
Wissens anschaulich erklären. Man muss sich den entsprechenden Stab als einen der Fäden vorstellen, welcher mit den weiteren, unzählige Tangentialebenen bildend, den Hyperboloiden schneidet. Die durch den Schlitz abgebildete Hyperbel kann man mit der um deren Nebenachse rotierten Hyperbel, wodurch ebenso der Hyperboloid entstehen kann, gleichsetzen. Wenn man sich nun also exakt das Fadenmodell vorstellt, realisiert man, dass der Schlitz nichts anderes als die durch Drehung des oberen Rings nicht mehr in der Vertikalen liegenden Gerade darstellt. Da die Hyperbel jedoch erst durch Rotation dieser Gerade zustande kam, die Gerade sich jedoch nicht veränderte und noch immer dieselbe ist, muss die „Gerade“ (der Stab) durch die „Hyperbel“ (den Schlitz) passen.

Гиперболический разрез:

Якщо обережно обертати стержень навколо вертикальної осі, він без перешкод пройде через криву в склі, що являє собою гіперболу.

Kegelschnitt mit Laser:

Von einer Lichtquelle wird ein kegelförmiger Laserstrahl herabgelassen. Zudem stehen noch Schirme bereit. Nun soll man mithilfe des Schirmes entsprechende Kegelschnitte realisieren. Wenn man sich nun überlegt, dass ebene Flächen („Schirme“) bereitliegen, mit welchen man diesen Kegel schneiden kann – und was hierbei entsteht, gelangt recht schnell auf eine logisch schlüssige Erklärung und erkennt, dass diese Station eine relative gute Visualisierung für das komplette Thema „KEGELSCHNITTE“ darstellt, da man ebenso selbst erforschen kann, wie genau (verschiedene) Kegelschnitte überhaupt entstehen – nämlich beispielsweise durch Variieren des Neigungswinkels des Schirms, sodass sich beim Halten des Schirms in der perfekten Horizontalen ein Kreis ergibt (keine Neigung). Abhängig von der Schirmlage (Neigung der Ebene), entsteht demnach eine Ellipse (ein wenig Neigung), eine Parabel (größere Neigung) und eine Hyperbel (größte Neigung von allen → nahezu senkrecht)



Конічні перерізи з допомогою лазера:

Підставляючи під лазер плоский екран, ми отримуємо на ньому зображення еліпса, гіперболи чи параболи в залежності від кута нахилу. Промені лазера утворюють частину конуса, а екран слугує площиною, яка його перетинає, тому ми бачимо конічний переріз.

Spiegelellipse:

Die Spiegelellipse (griech. *λείπειν* – verlassen, zurücklassen; *mangeln* (an der Kreisform)) stellt ebenso eine gute Veranschaulichung der optischen Eigenschaft der Ellipse dar. Wenn man nämlich durch das Periskop (griech. *περί* – um...herum; *σκοπεῖν* – blicken, sehen → Brennpunkt F_1) blickt, lässt sich erkennen, dass der entsprechende Sehstrahl stets in dem farbigen Zapfen (Brennpunkt F_2) wieder auftaucht. Da dieses Periskop drehbar gelagert ist, kann man dies ebenso mit weiteren Positionen testen. Den optischen Eigenschaften der Ellipse zugrunde liegend (sobald ein Lichtstrahl von einem der Brennpunkte ausgesendet wird, taucht

dieser stets wieder in dem anderen Brennpunkt auf), ist der ausgehende Sehstrahl des Periskops immer wieder in demselben Punkt (*Brennpunkt F_2*) aufzufinden.

Wasserparabel:

In einem durchsichtigen Gefäß befindet sich Wasser, welches mithilfe eines Knopfes rotiert werden kann. Je stärker die Rotation ist, umso mehr krümmt sich die Wasseroberfläche. Wie häufig ist eine Parabel bei natürlichen Phänomenen zu finden, so auch hier. Jede Krümmung – abgesehen von der exakten Ruhelage – stellt eine Parabel dar. Der Ursprung für die Entstehung der Parabel liegt in der Trägheit des Wassers, welche Körper, in diesem Fall das Wasser, in ihrem Bewegungszustand zu verharren, bis Drehmomente oder andere Kräfte auf diese einwirken. Hier wirkt die Zentrifugalkraft, welche das Wasser aus seiner Ruhelage herausbringt und dieses nach außen treibt. Abhängig von der Rotationsgeschwindigkeit ergibt sich ein Gleichgewichtszustand (→Gibbs'sche Phasenregel) der Zentrifugalkraft und des Wasserdrucks. Da dieser quadratisch mit dem Abstand zur Drehachse ansteigt, ergibt sich somit die zu erkennende Parabelform der Wasseroberfläche.



Водяная парабола:

Чорною ручкою керування ми можемо регулювати швидкість обертання бака з водою. Від швидкості обертання залежить час виникнення рівноваги між тиском води і відцентровою силою. Так як тиск зростає пропорційно квадрату відстані від осі, чим швидше обертатиметься бак, тим більше поверхня води набуватиме параболічної форми.

Ellipsoid (Klangwelten):

Das Ellipsoid in den Klangwelten stellt erneut ein äußerst gutes Beispiel für Kegelschnitte dar. Wie wir bereits bei der optischen Eigenschaft der Ellipse erkannten, wird Licht ebenso wie Schall, welcher von einem ausgesendet wird, im anderen wieder „aufgefangen“. In diesem Fall wird das Ganze mit Schall getestet. Wenn einer auf der Leiter in dem recht großen, auffällig blauen Ellipsoiden steht, dem *Brennpunkt F_1* , steht, und eine weitere Person sich im *Brennpunkt F_2* befindet, ist auch nur bereits leises Flüstern ausreichend, sodass man in der Lage ist, jedes einzelne Wort zu vernehmen. Dies ist eine besondere Eigenschaft der Ellipse, da man in den weiteren Punkten des Raumes nichts vernehmen kann.

Valentin Imbach, Klasse 8

Wasserparabel:

Bei der Wasserparabel handelt es sich um ein Experiment, bei welchem es dem Besucher möglich ist, durch rotieren einer „Wasserwand“, deren Wasseroberfläche sich zu einer Parabel zu verformen. Nimmt die Drehgeschwindigkeit zu, wird die Parabel gestaucht, nimmt sie ab, wird sie gestreckt. Zu erklären ist dieses Phänomen mit dem Verhältnis zwischen



Wasserdruck und Fliehkraft, welche sich quadratisch zueinander verhalten.
Jede Krümmung der Wasseroberfläche – bis auf die Ruhelage – stellt eine Parabel dar.

Dmytro Lystopad, Klasse 9

Конічні перерізи з допомогою лазера:

Експеримент доволі простий. Ми маємо лазер у формі конуса, розташований згори, а також спеціальний екран, який можна рухати будь-яким чином.

Залежно від розташування екрану, можна отримати коло, еліпс, параболу або частину гіперболи.

Цей експеримент допомагає зрозуміти конічні перерізи і дозволяє побачити, як виникають криві другого порядку.



Yasmin Then, Klasse 10

Die Ellipse

Als wir am Mittwoch das Technorama in Winterthur besuchten, hielten wir dort explizit nach Ellipsen, Parabeln und Hyperbeln ausschau, da das Thema des Austausches der Kegelschnitt war. Eine Veranschaulichung der Ellipse stach mir besonders ins Auge. Der eine Brennpunkt der Ellipse sendete einen Laserstrahl aus, der an der ellipsenförmigen Spiegelwand reflektiert wurde, sodass der Strahl den zweiten Brennpunkt der Ellipse traf. Den Laser konnte man beliebig im Kreis drehen, sodass sich Einfallswinkel und Ausfallswinkel veränderten. Dieser Versuch verdeutlicht, dass die Tangente an einem beliebigen Punkt M der Ellipse mithilfe des Einfallswinkels und Ausfallswinkels konstruiert werden kann.



Atalai Bahchedjioglou, Klasse 9

Водяная парабола

В Технораме у нас было задание-найти эксперименты связанные с коническими сечениями. Я нашел водяную параболу. Смысл эксперимента прост: рамочка с водой до половины раскручивается, скорость мы регулируем сами. В результате раскручивания сила прижимает воду сильнее и сильнее к стенкам по бокам и вытягивает ее вверх, соответственно центр всё глубже уходит вниз. Очень интересно смотреть на то, как в зависимости от местоположения вершины параболы, она вытягивается и принимает всё более высокие формы. Вот вся суть эксперимента-сравнить формы различных парабол которые возникают при изменении точки в которой находится вершина.



LGH: 25.06. - 07.07.15

Шестой математический обмен

Дата:

Летописец:

Черникова Лида

Этот эксперимент показывает нам оптическое свойство эллипса:

1. Свет от источника, находящегося в одном из фокусов, отражается эллипсом так, что отраженные лучи пересекутся во втором фокусе.
2. Свет от источника, находящегося вне любого из фокусов, отражается эллипсом так, что отраженные лучи ни в каком фокусе не пересекутся.

