



Chronik

des

6. LGH - MATHE - SPRACH – AUSTAUSCHES

zwischen dem Lyceum „Naukova Zmina“ (Kiew, die Ukraine)

und

dem Landesgymnasium für Hochbegabte (Schwäbisch Gmünd, Deutschland)

"Kegelschnitte"
und
Programm "SURFER"



25.06. - 07.07.2015 - Aufenthalt der ukrainischen Gruppe in Deutschland

Летопись шестого математического обмена

ЛИЦЕЙ «НАУКОВА ЗМІНА»
(Киев, Украина)

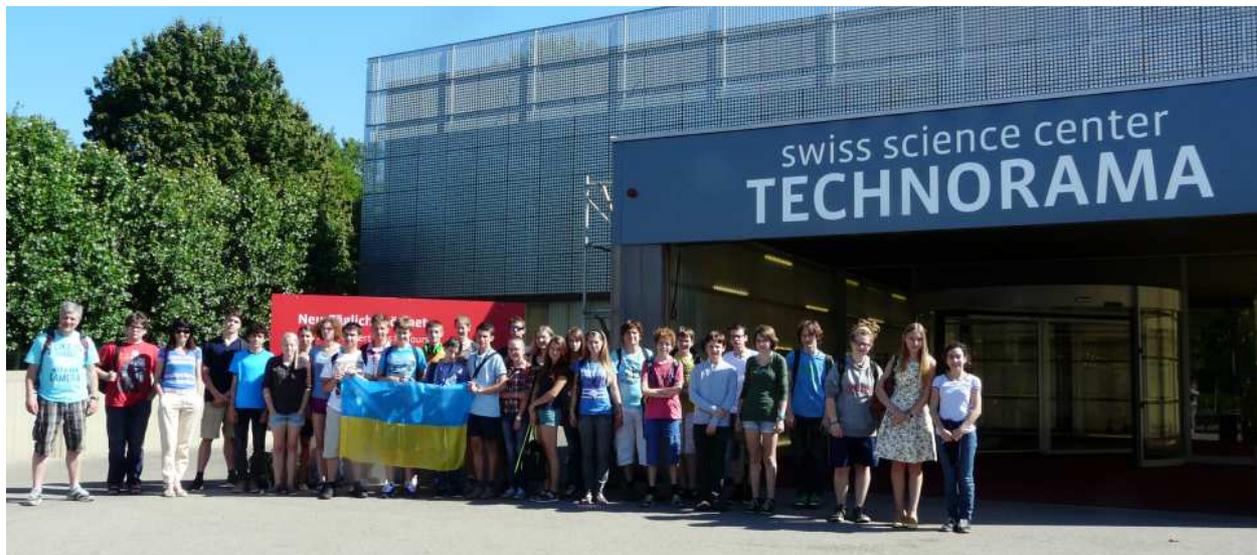
ГИМНАЗИЯ ДЛЯ ОСОБО ОДАРЁННЫХ ДЕТЕЙ
(Швебиш Гмюнд, Германия)

"Конические сечения" и программа "SURFER"



25.06. – 07.07.15 – украинская группа в Германии

Teilnehmer Участники обмена



Dr. Olga Lomonosova

Dr. Albert Oganian

Schüler aus Deutschland
und aus der Schweiz

Katharina	Socas	Schwäbisch Gmünd
Yasmin	Then	Schwäbisch Gmünd
Erich	Suslo	Schwäbisch Gmünd
Carolin	Adami	Schwäbisch Gmünd
Richard	Wohlbold	Schwäbisch Gmünd
Pia	Döring	Schwäbisch Gmünd
Alexander	Genzel	Bonn
Katharina	Novikov	München
Luana	Messa	Schwäbisch Gmünd
Valentin	Imbach	Zürich
Finn	Faßbender	Schwäbisch Gmünd
Lisa	McDowell	Schwäbisch Gmünd
Yanis	Bena	Zürich
Olivia	Thierley	Schwäbisch Gmünd
Arno	Reindl	Schwäbisch Gmünd

Igor Goldshtein

Olga Cherednyk

Schüler aus der Ukraine

Kateryna	Antoshyna
Atalai	Bahchedjioglou
Mykhailo	Goldstein
Mariia	Grebinichenko
Oleksandr	Hutarevych
Dmytro	Kovalchuk
Illya	Koshevoy
Olena	Krysan
Anna	Lahoda
Dmytro	Lystopad
Andrii	Sydorov
Yelyzaveta	Chernyakova
Artem	Shchur

Vorwort

Dr. Olga Lomonosova und Dr. Albert Oganian

Der Besuch der Schülergruppe de Lyzeums "Naukova Zmina" nach Schwäbisch Gmünd begann am 25. Juni 2015 mit den Dankworten des Gruppenleiter der ukrainischen Gruppe, Herrn Goldstein, an alle LGH-ler für die Spende, die LGH -Familie am Weihnachten 2014 für die ukrainische Flüchtlinge und Verwundeten gesammelt hat. Anschließend fand ein ukrainischer Liederabend mit Volodimir Zavgorodnyj, einem bekannten ukrainischen Liedermacher, statt.

13 Tage haben sich 29 Schüler und 3 Lehrer des Lyzeums „Naukova Zmina“ aus Kiew (die Ukraine) und des Landesgymnasiums für Hochbegabte in Schwäbisch Gmünd einem gemeinsamen Projekt gewidmet.

Das mathematische Thema des Projektes war „Kegelschnitte und ihre Anwendungen“. Außerdem haben sich die Schüler auch mit der Konstruktionen von algebraischen Flächen mit Hilfe vom Programm "SURFER", welches aus dem mathematischen Forschungsinstitut in Oberwolfach stammt, beschäftigt.

Ein geschichtlicher Spaziergang mit Herrn Dr. Christoph Sauer durch Schwäbisch Gmünd, Chemieexperimente mit Frau Silke Freund, ein Besuch des Campusmuseums mit Maximilian Heemann (Klasse 10), eine Stadtführung in Stuttgart und eine Besichtigung des Rechenzentrums der Universität Stuttgart, sowie ein Besuch des Hochseilgartens und der Rodelbahn gehörten zum Rahmenprogramm.

Ein schon traditionell gewordener Höhepunkt des Projektes war die Besichtigung des Museums „MiMa“ – „Mineralogie und Mathematik“ in Oberwolfach sowie die Führung durch das mathematische Forschungsinstitut in Oberwolfach mit Herrn Prof. Dr. Stephan Klaus. Neu in diesem Jahr war die Präsentation der Ergebnissen der Teilnehmerarbeit mit dem Programm "SURFER“.

Ein neuer zweiter Höhenpunkt des Projektes war die Besichtigung des Naturwissenschaftlichen Museums "Technorama" in Winterthur (die Schweiz).

Die Teilnehmer des Austausches dürften nicht nur die tolle Experimente beobachten und selbst ausprobieren. Sie hatten aber die Aufgabe so viel wie möglich Exponaten und Experimenten zu finden, die mit dem Austauschthema zusammenhängen. Diese Aufgabe haben die Teilnehmer sehr gut erledigt.

An dieser Stelle bedanken wir uns bei unserem Schulleiter Herrn Dr. Christoph Sauer, Herrn Prof. Dr. Stephan Klaus, Frau Silke Freund, allen unseren Kolleginnen und Kollegen, allen Familien, nicht lehrendem Personal des LGH für die tatkräftige Unterstützung dieses Projektes. Natürlich möchten wir uns auch bei unseren Schülern und Schülerinnen für ihre begeisterte Teilnahme, das Engagement und die tolle Atmosphäre herzlichst bedanken und ihnen weitere interessante Reise in die Welt der Mathematik wünschen!

Sommerakademie 2015

Alexander Genzel, Klasse 11

Dieses Jahr wurde es mir wieder ermöglicht am LGH-Mathe-Sprach-Austausch teilzunehmen und wieder ist die Teilnahme an der Sommerakademie als äußerst lehrreich aber auch abseits des mathematischen Programms als interessant und als einzigartige Erfahrung zu bewerten.

Vor allem das harmonische Verhältnis von Mathematikunterricht und Freizeit beziehungsweise außermathematischem Programm sorgte für die gute Aufnahme des Unterrichtsstoffs und der Sommerakademie als Ganze.

Dennoch ist es in beiden Jahren gelungen auch außerhalb des Unterrichts Bezüge zur Mathematik im Allgemeinen sowie auch direkt zum Thema zu erstellen, beispielhaft dafür waren der Besuch des Museums MiMa in beiden Jahren oder der des Technoramas in Winterthur.

Aber auch die Ausflüge die nichts mit Mathematik zu tun hatten (wenn das möglich ist), wie der Besuch des Chemieraumes, der Gewandmeisterei, des Barockabends oder der Rodelbahn waren sinnvoll ausgewählt und lieferten Einblicke in die Orte und deren Geschichte oder trugen einfach durch den hohen Spaßfaktor zum ausgewogenen Klima der Sommerakademie bei.

Vor allem der Aufenthalt im Hause Weißloch beziehungsweise im Gasthaus Pflug im letzten Jahre, brachten eine große Abwechslung in das Programm der Sommerakademie.

Die reichlich vorhandene Freizeit sowie die besonders dieses Jahr sehr günstige Lage im Walde boten viel Abwechslung von den Unterrichtsstunden, welche dann umso mehr effizient genutzt werden konnten.

Das mathematische Programm überzeugte vor allem dieses Jahr, da es aufgrund der Einteilung in die Arbeit bezüglich der Kegelschnitte und des Programms SURFER in Partnerarbeit sowie der Vielzahl an Lehren beziehungsweise Übersetzern stets interessant blieb.

Besonders die Auseinandersetzung mit dem Programm SURFER wird mir im Gedächtnis bleiben, da diese als besonders produktive Zusammenarbeit endete, auch war es der gesamten Gruppe eine große Ehre und Freude unsere Resultate im Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach vortragen zu dürfen.

Einen Höhepunkt des Programms stellte die Führung durch Stuttgart dar, auch hier stand uns viel Freizeit zur Verfügung, sodass wir die Stadt frei erkunden konnten. Es war vor allem die Kombination von interessantem Unterrichtsinhalt mit dem spannenden und höchst abwechslungsreichen Programm, gepaart mit der gewohnt guten Verpflegung, Unterbringung und Atmosphäre im LGH welche auch dieses Jahr dazu begeisterte an der Sommerakademie teilzunehmen.



Vor der Abfahrt in St. Georgen

Выходные в семье

Катя Антошина, 9 класс, bei Katharina Socas, Klasse 9 in Konstanz

Выходные мы провели просто замечательно! В первый же день я подружилась с семьёй и мы пошли на пляж, где меня научили играть в интересную подвижную игру. Дома я заснула очень быстро, так как за день очень устала. На следующий день, то есть в пятницу, мы с Катариной на велосипедах поехали в океанариум, который находится прямо возле границы с Швейцарией. Мы попали на время экскурсий, так что я в этот день осознала, что мой словарный запас намного увеличился.



После этого мы приехали домой, пообедали и решили сегодня на улицу больше не выходить. Поэтому мы весь вечер играли в настольные игры. Но вечером, часов в 19.30, все таки поехали всей семьёй на берег, где играли в волейбол и палки, а дома ещё и фильм посмотрели. В субботу мы были в музыкальной школе, где играла Катя на концерте, потом Катя поехала домой спать, а мы с ее мамой поехали к Франциске слушать, как она поет на празднике Яна Гуса, а потом просто катались по городу. Вечером, часов в шесть, мы все вместе поехали на остров цветов - Майнау, где было просто великолепно, а потом ужинали в Beer Garten.

Аня Лагода, 9 класс, bei Luana Messa, Klasse 8, in Stuttgart**Anreisetag: Donnerstag, der 2. Juli 2015**

Unser erlebnisreiche Wochenende begann am Donnerstag, dem 2. Juli mit einer anfänglich, nicht zuletzt aufgrund des Wetters, recht anstrengende Fahrt ans LGH und anschließend nach Stuttgart, meiner Heimatstadt. Da es sich als äußerst heiß erwies ließ es sich im Auto nur schwer aushalten. Nachdem wir ebenfalls den täglichen Feierabendverkehr bei ca. 40°C (!) rund um und in Stuttgart tapfer überstanden hatten und endlich mein Zuhause erreichten, kam allgemeine Freude auf. Als wir das Gepäck abgeladen und ich Anna, selbstverständlich alles auf Englisch, meiner Familie vorgestellt hatte, speisten wir typisch Italienisch, wie es im Hause Messa üblich ist. Es bekam allen wohl. Daraufhin „entspannten“ wir etwas auf unserem Sofa und es dauerte nicht mehr lange, da befanden wir uns alle auch bereits im Bett, da wir uns von einem solch anstrengenden und strapazierenden Tag als so erschöpft erwiesen.

**1. Tag: Freitag, der 3. Juli 2015**

Am Freitag wachten wir demnach recht spät auf, da uns vom vorhergehenden Tag noch immer als so erschöpft erwiesen. Meine Mutter befand sich bereits im Geschäft, hatte uns jedoch Frühstück vorbereitet, sodass wir um ca. 9 Uhr eine Mahlzeit am Morgen einnehmen konnten. Anschließend bereiteten wir uns auf den Ausflug zur „WILHELMA“ vor, dem berühmten Stuttgarter zoologisch-botanischen Garten, und vertrieben uns anderweitig die Zeit, bis meine Mutter schließlich um ca. 12 Uhr nach Hause gelangte.

Wir brachen ohne weitere Unterbrechungen zur WILHELMA auf, und erreichten diese somit um ca. 14 Uhr, da, wie bereits am Anreisetag, um und in Stuttgart heftiger Verkehr herrschte. SO betraten wir, von der mächtigen Hitze, welche bereits am Vortag herrschte und die nächsten Tage ebenfalls herrschen sollte, nassgeschwitzt, die schöne WILHELMA-Anlage und erkundeten diese, selbstverständlich mit Karte in der Hand. Zuerst hatten wir die Pinguine betrachten wollen, welche sich aufgrund der Hitze entweder im kühlen Wasser tummelten oder in ihren kleinen, höhlenartigen Rückzügen aufhielten. Auf dem Weg zum Amazonienhaus, welches unsere erste „Station“ sein sollte, war links zahlreich außergewöhnliches Gefieder zu beobachten, wie beispielsweise ein äußerst seltsamer Vogel, dessen Schnabel einerseits platt, andererseits um 90° gedreht war. Als wir nun endlich das begehrte Amazonienhaus erreichten, welches den tropischen Regenwald im Gebiet des Flusses „Amazonas“ imitieren sollte. Das Klima war äußerst feucht, alles dicht bewachsen mit grünem Gestrüpp. Ein kleiner, schlammiger Pfad führte uns durch diese bezaubernde Kulisse, welcher rechts durch einen kleinen Tümpel und links durch kleinere Höhleneinschläge, nicht selten aus Holz und Baumrinde, begrenzt wurde. In diesen kleinen „Höhlen“ dösten einige Fledermäuse, welche es sich kopfüber bequem gemacht hatten. Man konnte voll und ganz in diese beeindruckende Welt eintauchen und hat zudem durch die kleinen, beigehängten Schildchen sehr viel Informatives erfahren können. Wenn man nun dem vorgegebenen Pfad weiterhin folgte, bekam man ebenfalls Kaimane und Alligatoren zu sehen, welche stehende Gewässer, nahezu schon tümpelähnliche, seichte Gewässer und ein tropisch-feuchtes Klima bevorzugen. Zudem waren noch weitere übermäßig große Tümpelbewohner zu erkennen, so ebenso eine große Wasserschildkröte. Daraufhin durchquerten wir eine überdachte Passage, welche uns zu den Schmetterlingen führen sollte, welche ebenso das Amazonasgebiet bewohnten.



In dem Schmetterlingshaus waren unzählige Schmetterlinge in allen Größen, Farben ... in allen Variationen zu sehen, welche sich der bunten Umgebung, verwuchert, in Bodennähe bewachsen mit deckendem Moos, mit Blumen übersät, perfekt anpassten.

Außerdem waren in diesem Haus noch Flughunde untergebracht, welche es sich, ähnlich wie die Fledermäuse, kopfüber hängend gemütlich gemacht haben. Nach Verlassen des Amazonienhauses gelangten wir zum Affenhaus, wobei wir erst kurz danach realisierten, dass die Affen in das neu errichtete umgesiedelt worden waren. Auf dem Weg zum neuen Affenhaus machten wir mehrere Abstecher: zunächst durchquerten wir noch das Raubkatzenhaus und erhaschten einige Blicke von einem prächtigen Sumatra-Tiger aus Indien; anschließend besuchten wir noch das Giraffen- sowie das Elefantenaußengehege. Nun waren wir endlich bei dem neuen (Primaten (Menschenaffen)→ Gorillas, Bonobos (Schimpansen)) Menschenaffenhaus angelangt.

Als wir dieses betraten stachen uns sofort die Babyaffen ins Auge, welche eines Menschen Herzen bewegen, wenn sie einen mit ihren großen, braunen Augen tiefgründig und nachdenklich anblicken. Unsere letzten Besuche sollten wir den Dromedaren, Hirschen, Eis- und Wildbären und zu guter Letzt den Flamingos abstaten, bis wir schließlich nach einem Eis und einem kleinen Abstecher im Souvenir- und WILHELMA-Shop die Anlage verließen. Das botanische Areal besichtigten wir nicht, da Anna sich nicht sonderlich für Pflanzen zu interessieren schien. Nach einer einstündigen Fahrt nach Hause machten wir es uns erneut auf dem Sofa bequem und verfassten den SURFER-Bericht unserer Schachfigur. Wir speisten zu Abend und gelangten nach diesem äußerst erlebnisreichen und informativen Tag, an welchem uns die Lebensräume der entsprechenden Tiere und diese selbst anschaulich nähergebracht wurden, ebenso erschöpft zu Bett.



Im neuen Affenhaus bei den Gorillababys, Wilhelma Bad-Canstatt

2. Tag: Samstag, der 4. Juli 2015

Am Samstag hatten wir etwas länger schlafen dürfen, bis wir nach dem ergiebigen Frühstück zum allbekanntesten Residenzschloss Ludwigsburg gelangten, wenige Kilometer von Stuttgart entfernt. Das Residenzschloss ist eines der größten im Original erhaltenen barocken Bauwerke in Europa. Es beherbergt neben dem ursprünglichen, z.T. restaurierten Interieur des Schlosses zahlreiche Museen, wie beispielsweise das Modemuseum, in welchem die Entwicklung der Bekleidung und Accessoires der Mode vom Rokoko (entwickelte sich aus dem Spätbarock; ca. 1730-1770/1780) bis zu den 1960-Jahren und der Objekte des damals alltäglichen Lebens zu verfolgen ist. Zunächst lauschten wir einer englischen Führung, wodurch wir viel über das Schloss und seine Geschichte erfuhren. Das Residenzschloss Ludwigsburg sieht seinem Vorbild, dem Château de Versailles, welches sich zur Zeit des Absolutismus unter König Ludwig XIV. in seiner Blütezeit

befand, äußerst ähnlich. Nicht nur die angrenzenden barocken, gepflegten Gartenanlagen, sondern ebenso der Innenhof mit der blau-goldenen Uhr lassen Parallelen zu dem einstigen Zentrum Europas erkennen. Nach dem aufschlussreichen Schlossbesuch bei schönem Freibadwetter gelangten wir kurz in die Stuttgarter Innenstadt, um Anna einerseits die große Geschäftsstraße Stuttgarts, die Königstraße, eine der am stärksten frequentierten Einkaufsstraßen Deutschlands, zu zeigen und andererseits hatte sie Souvenirs im Touristen-Informationspunkt für ihre Familie in der Ukraine besorgen wollen. Daraufhin kehrten wir erneut nach Hause und bereiteten bereits alles für unseren Besuch, gute Freunde meiner Eltern vor, welche wir um 19.00 Uhr erwarteten.

Als diese dann um 19.00 Uhr bei uns zu Hause eintrafen, brachten sie freundlicherweise ebenso Anna, meiner Austauschpartnerin, ein kleines Willkommensgeschenk mit. Wir verbrachten bei erneut typisch italienischem Essen mit Focaccia (pizaähnliches Gebäck aus Kartoffeln), gebratenen Paprika und als Dessert einem eher untypischen Früchtequark einen schönen Abend, an welchem unterschiedlichste Kulturen konfrontiert und verschiedenste Sprachen als Kommunikationsinstrument verwendet wurden.

3. Tag: Sonntag, der 5. Juli 2015

Am Sonntag, unserem letzten gemeinsamen Tag, erhoben wir uns aus unseren Betten relativ spät, da für diesen Tag kein besonderes Programm geplant war. Da ich noch einige Dinge für die Schule zu erledigen hatte, konnte ich mich nach dem Frühstück bedauerlicherweise nicht meine Zeit mit Anna verbringen. Somit hatte sie sich selbst beschäftigen müssen. Da ich wie bereits zuvor erwähnt keine Zeit besaß, schlug ich ihr vor, sie könne nun schon den Technorama-Bericht auf dem anderen Laptop verfassen, da ich meinen zur Recherche benötigte. So war jeder beschäftigt, bis es um 15.00 Uhr allerdings erst Mittagessen gab. Nach dem Mittagessen hatte ich weiterarbeiten müssen, da ich meine Raumanalyse noch immer nicht fertiggestellt hatte, Anna surfte auf sozialen Netzwerken und vertrieb somit ihre Zeit. Als ich meinen Koffer für das LGH gepackt hatte und es an

der Zeit war, nach Schwäbisch Gmünd aufzubrechen, verabschiedeten sich meine Mutter sowie meine Schwester von meiner Austauschpartnerin Anna.

Am LGH angelangt hatte ebenso mein Vater von Anna Abschied nehmen müssen. Anschließend fand ein letztes „offizielles“ Zusammentreffen aller Teilnehmer der 6. MSA mit Pizza auf dem Campus statt und die Veranstaltung klang harmonisch aus.

Илья Кошевой, 10 класс, bei Alexander Genzel, Klasse 11, in Oberkochen

Als es der Schwäbischen Eisenbahn dann doch gelang uns nach Oberkochen zu transportieren, ruhten wir uns zunächst einmal von den tropischen Temperaturverhältnissen aus.

Im Anschluss besichtigten wir zu Fuß den Stadtkern Aalens, wieder zu Hause angekommen war es auch schon spät geworden.

Den Freitag verbrachten wir zunächst innerhalb der kühle spendenden Hauswände, als die Temperatur es dann zuließ, unternahmen wir eine Fahrradfahrt die uns zur Forellenzucht Oberkochen und zur Quelle des Kochers, bei der unsere wagemutigen Versuche keine der dort relativ häufig anzutreffenden Fossilien ans Licht brachten, führte.

Wir führten dann die Fahrt durch die Ostalb bis nach Königsbronn fort, wo wir das Ehrenmal für die Gefallenen und Vermissten Königsbronns der beiden Weltkriege sowie die beeindruckende Brenzquelle mit ihrem tiefen und farbenfrohen Becken besichtigten.



Den Rest des Tages verbrachten wir aufgrund der Insektenpopulation der Ostalb und der Temperatur im Hause

Am Sonntag fuhren wir morgens nach Ulm, wo wir den Münster der Stadt besichtigten, der die höchste Kirche der Welt darstellt, aber es trotzdem nicht mit dem Kölner Dom aufnehmen kann. Auch im beeindruckte die Kirche durch ihre Größe und die Installationen.

Im Anschluss besuchten wir auch das Fischerviertel und das Donauufer Ulms, woraufhin wir uns wieder nach Hause begaben.

Auch am Sonntag lähmte die Hitze die außerhäuslichen Aktivitäten, sodass wir außer der Besichtigung des Bobfingers Ipffestes und der des Gemeindefestes der evangelischen Kirche Oberkochens viel im Inneren des Hauses unternahmen.

Доповідь про вихідні у сім'ї Валентина

Дима Лустонад, 9 класс, bei Valentin Imbach, Klasse 8, in Zürich

Після нашого прибуття в Цюріх ми сіли на трамвай і поїхали до будинку Валентина. Після того як ми відпочили, ми пішли на коротку прогулянку в околиці. Спека була нестерпною, і ми скоро повернулися в будинок. Після обіду ми почали нашу

домашню роботу і потім ми дивилися "Пірати Карибського моря" на комп'ютері Валентина.

В п'ятницю ми прокинулися в десять годин, поснідали і зіграли кілька партій в шахи. У другій половині дня Валентин показав мені центр міста. Ми здійснили поїздку по Банхофштрассе, технічного університету, озера і відвідали кілька туристичних магазинів, в яких я купив сувеніри для сім'ї і друзів. Приблизно о п'ятій годині ми повернулися додому, доробили наше завдання і подивилися другу частину фільму "Пірати Карибського моря".

Наступного дня, в суботу, ми зустріли опівдні біля озера Яніса і Артема. Ми відвідали екскурсію на човні. Потім ми розлучилися, Валентин і я пішли додому, Яніс і Артем пішли до центру міста. Пізніше, близько сьомої години ми вийшли на вулицю, бо там, перед будинком була проведена невелика вечірка з музикою. Там ми їли, слухали музику і дивились вогняне шоу. Після цього ми пішли спати.

Nach unserer Ankunft in Zürich stiegen wir in die Strassenbahn und fuhren auf dem direkten Weg zu mir nach Hause. Nachdem wir uns etwas ausgeruht und erfrischt hatten, unternahmen wir einen kleinen Spaziergang im Quartier.

Die Hitze war unerträglich, und so kehrten wir bald wieder ins Haus zurück.

Nach dem Abendessen, es gab Nudelsalat, machten wir uns an unsere Hausaufgaben und anschliesslich schauten wir noch „Fluch der Karibik“ auf meinem Computer.

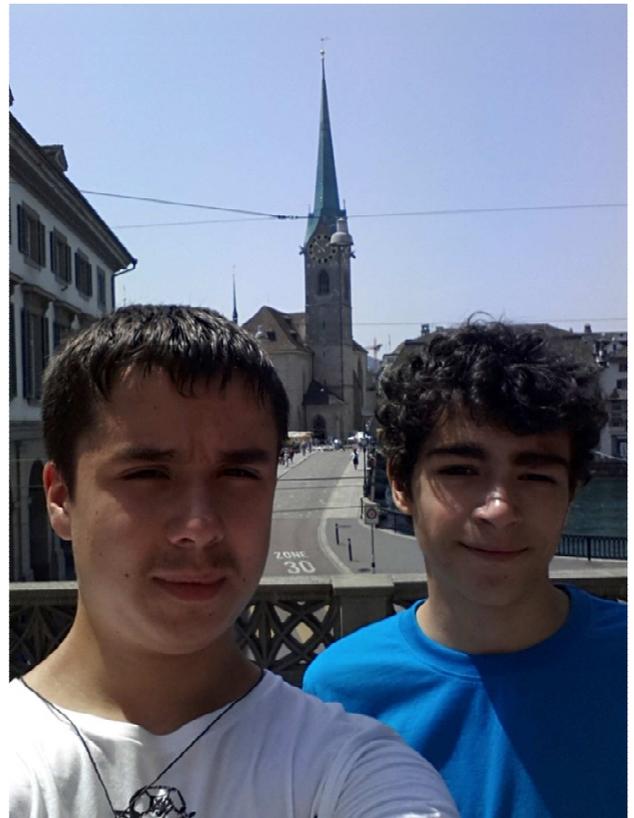
Freitags erwachten wir etwa um zehn Uhr, wir assen Frühstück und Spielten einige Partien Schach. Später am Nachmittag zeigte ich Dima das Stadtzentrum. Wir besichtigten die Bahnhofstrasse, die Universität, den See und einige Touristenläden.

Etwa um fünf Uhr machten wir uns auf dem Heimweg und machten uns noch einen

entspannten Abend, unter Anderem mir der Vorsetzung des Filmes von Donnerstag.

Am Tag darauf, Samstag, trafen wir uns um die Mittagszeit mit Yanis und Artjom, um mit ihnen eine Schiffstour über den See und den Fluss zu machen. Danach trennten wir uns wieder, Dima und ich gingen nach Hause, Yanis und Artjom besichtigten noch das Stadtzentrum.

Später, etwa um sieben Uhr gingen wir nach draussen, denn dort, direkt vor meinem Haus, fand ein kleines Fest mit Musik statt. Dort assen wir etwas und sassen schwatzend herum. Danach gingen wir ins Bett.



**Аталай Бахчеджиоглу, 9 класс, und Yasmin Then, Klasse 10,
Landsberg am Lech, 05.07.15,**

Als ich am Donnerstag Abend mit Atalai nach einer langen Zugfahrt zu Hause ankam, besichtigten wir noch abends Landsberg und gingen in der besten Eisdielen im Umkreis Eisessen. Da auch Lisa mit ihrer Austauschpartnerin Liza in Landsberg wohnt, besuchten wir sie. Wir besprachen den Plan für die nächsten Tage und hatten Spaß dabei mit Lizas und Atalais Freunden aus der Ukraine zu skypen. An diesem Tag gingen wir etwa um 11:00 Uhr ins Bett.

Am Freitag standen wir früh auf, um um 9:00 Uhr mit den McDowells nach Immenstadt zur Sommerrodelbahn zu fahren. Insgesamt waren wir sieben Leute: Lisa und ich mit unseren Austauschpartnern, unsere Väter und mein Bruder Manuel. Die Autofahrt dauerte etwa eine Stunde. Die meiste Zeit verbrachten wir mit Lesen oder Schlafen, aber in unseren wachen Momenten spielte ich mit Atalai und Manuel ein typisch russisches Kartenspiel, das ich am Tag davor auf der Zugfahrt gelernt hatte, oder die deutsche Version davon. In Immenstadt fuhren zwei Mal die längste Sommerrodelbahn Deutschlands, sie ist fast 3 km lang. Nachdem sich die Ukrainer im Souvenir Shop ausgetobt hatten, fuhren wir an den in der Nähe gelegenen Grüntensee und verbrachten dort den Nachmittag im Wasser und im Gras liegend in der Sonne. Am Abend beschlossen wir uns bei den McDowells zu treffen und zu grillen. Dabei wurden später am Lagerfeuer Marshmallows ausgepackt und geröstet auf die amerikanische Weise zwischen zwei Leibnizschokoksen gegessen. Sie sind sehr süß, sodass man nur zwei hintereinander essen kann (Kalorienbombe).

Am Samstag trafen wir uns abermals mit den McDowells. Dieses Mal um 10:30 Uhr, um gemeinsam zu dem in der Nähe gelegenen Ammersee zu fahren. Dort gingen wir, Lisa, Liza, Atalai, mein Bruder und ich, mit dem Katamaran von Lisas Vater segeln. Es hatte nicht viel Wind, sodass wir aus dem Hafen heraus paddeln mussten. Da wir uns kaum vorwärts bewegen konnten, wir sofort im See schwimmen gehen. Als endlich Wind aufkam, aßen wir auf dem Boot zu Mittag und sahen einen kleineren Katamaran, der gekentert war. Wir steuerten auf ihn zu, um den Seglern unsere Hilfe anzubieten, doch sie brauchten keine, da sie ihr Segelboot absichtlich gekentert hatten, um das Aufstellen des Katamaran zu üben. Trotz Sonnencreme bekamen wir alle einen Sonnenbrand, es hatte laut Wetterbericht 32 °C, gefühlte 40°C. Nach dem Segeln aßen wir ein Eis und es ging wieder nach Hause. Dort spielte ich mit meinem Bruder und Atalai „Andor“, ein Rollenspiel, das man auf einem großen Spielplan spielt.

Am letzten Tag, am Sonntag, schliefen wir bis 10:00 Uhr in der Früh aus, und brunchten auf der Terrasse. Dabei zeigte uns Atalai, was passiert wenn man Wasser in eine Plastikflasche füllt, das Wasser gefrieren lässt und anschließend in die Sonne stellt. Natürlich war uns bekannt, dass Wasser im gefrorenen Zustand mehr Raum einnimmt, als im flüssigen. Atalai schraubte den Deckel ab, und nach ein paar Minuten flog der obere Teil des Eises durch die Flaschenöffnung mit einem lauten Knall in die Luft. Das Prinzip ist einfach, als der Deckel auf der Flasche war, konnte sich das Wasser nicht mehr weiter ausdehnen, da es kein Platz mehr hatte und es entstand ein Druck in der Flasche. Als der Deckel abgenommen wurde, wurde der Druck von der Flasche genommen und das Eis konnte sich weiter ausdehnen.

В Четверг я встретился с семьей Ясмин. Они очень добрые люди, всего их пятеро- Ясми(16 лет), Эмануил(15 лет), Луис(2 годика), Томас(40 лет), Анкэ(38 лет). Все они вегетарианцы кроме Эмануила что очень интересно. Поскольку я встретился с

ними достаточно поздно мы успели немного прогуляться по городу вечером и поесть немного вкусного мороженого.

В Пятницу было достаточно оживленно, оказалось что Лиза и Лиза достаточно близко живут, а точнее 8-10 минут ходьбы, поэтому мы провели ее вместе. Боб(отец Лизы) отвез нас на подобие американских горок на которых мы уже были в этой поездке всей группой но эти были побольше. Съехав 2 раза мы отправились к озеру Грунтензее и я успешно згорел но было очень весело, Ясмин села мне на плечи в вводе и Лиза из Украины села Эмануилу на плечи и мы устроили битву, конечно же мы с Ясмин победили.

В Субботу мы решили провести день вместе вновь. Мы поехали на озеро Амазее и там мы плавали на катамаране Боба. Было очень неплохо, у нас были закуски и мы еще плавали но увы я догорел окончательно. Плавали мы достаточно долго потому как только мы закончили мы разъехались по домам но через пару часов собрались у Лизы и Боб устроил чудесное барбекю с сосисками и зефирками.

В воскресенье мы ничего толком не делали. Мы хорошенько выспались и собрали вещи. А потом поехали обратно в Интернат.



Дата: 02.04.15

Летописец: Сидоров Андрий

Мам дедь розпочовася рання між звичайно, але
це був дуже важливий дедь. В цей дедь ми
повинні були поїхати по різних містах, в
різні міста кімешими. Після сніданку,
всі ми пилі - о-пілі почали прибувати на
дідь: в кожного була своя частина, яку він
мав прикрати та показати вилетам. Коли
все було зроблено, ми попроуалися з мамою
Тимчасово, але майже приємно оселю, та
вирушили до вокзалу. Саме там ми вперше
розлучилися з Тимом, хто за такий короткий
час став нам справжніми друзями.
Іхали ми дуже довго, і незважаючи на спешу
та проблеми з поїздом, ми все ж таки доїхали
до своїх сімей. На цьому я закінчу свій розповідь,
оскільки тут почався особливий шлях кожного.

Дата: 02.07.2015 - 05.07.2015

Летописец: Крисан Елена

02.07.2015 Четверг

Расставшись в Св. Георгии на вокзале с одноклассниками, мы с Катей сели на поезд в Штутгарт, где собирались пересесть на скоростной поезд в Мюнхен. Из-за опоздания поездов мы прибыли на час позже, нас забрала мама Кати и мы приехали в их квартиру в очень красивом и уютном месте. Быстро перекусив мы отправились на небольшую обзорную экскурсию в старую часть города, посмотрели ратушу, церкви и другие изюзеревшие ворота. Назад мы возвращались на метро, где меня поразило, что метро выходит прямо на улицу.

03.07.2015 Пятница

Позавтракав поехали с мамой Катюхи мы отправились гулять по городу. Мы приехали ко вторым воротам и перешли центральную часть Мюнхена поперек. Мы увидели на представлении, которое показывают центральные часы каждый день в 11. Выпив кофе в Старбаксе мы отправились в Королевский дворец. Прогулявшись по музею и посмотрев комнаты. Я и Катя отправились гулять в местный парк, где очень много ружейков, по которым можно было пройти. Мы зашли еще в два шенн-дворца и отправились смотреть школу Кати. Она была очень большой, проста

Номер страницы: 27

Дата: 02.07.2015 - 05.07.2015

Летописец: Крисан Елена

оградиной, хотя там в одном здании находится две школы! Мы заехали в местный университет, а потом меня угостили в местной морожнице, где бывают все вкусы, и я попробовала мороженое из улиток, оно было очень приятным. Далее мы отправились гулять в английский сад, после чего вернулись домой. Вечером мы поехали купаться на озеро, после чего зашли в небольшой ресторанчик.

04.07.2015 Суббота

Целый день я провела вне Мюнхена. Мы поехали в Койнванштайн. Это великолепная зона с прекрасными видами на Баварию. Мы плавали на озере на лодке, зае шли пешком к замку, но дороге зашли на мост. По дороге назад к Мюнхену мы зашли в деревню и посмотрели типичные Баварские домики.

Дата: 02.07.15 - 05.07.15

Летописец: Гребиниченко

Мария

После нетрудной и быстрой дороги мы с Каролин приехали в Баден-Баден, а оттуда в Герисбах, её родной и с невероятными красотами город. В пятницу я знакомясь и тепло общалась с замечательной и столь доброй семьей Каролин. На следующий день мне показали Герисбах и рассказали о его истории. Из-за невыносимой жары мы остались у неё дома, общались, играли в настольные игры, а вечером отправились в бассейн. В субботу невыносимая жара не покидала нас, поэтому мы снова остались дома и обсуждали с её старшей сестрой её предстоящий в тот день выпускной. После мы с Каролин отправились веселиться и наслаждаться от жары на реку. А вечером её мама повез нас в самую высокую точку их города, где мы любовались пейзажами Шварцвальда и закатом. В воскресенье мне показали лучшие и самые живописные места Баден-Бадена. А по возвращении домой мы собрали вещи и отправились обратно в LGH.

Мы чудесно общались с Каролин, и пусть мы не так много путешествовали, но зато чудесно провели время.

Это были чудесные выходные! 



Дата: 02.07 - 05.07

Летописец: Ковальчук Дмитро

Другого липня в четвер всі гості з Києва роз'їхалися по сім'ях до своїх партнерів по обміну. Я поїхав до Нії, яка живе в містечку Нойхаузен, що неподалік від Штутгарта. Приїхавши до неї додому я познайомився з її татом та бабусю. Трохи перепоївавши, приблизно через півгодина ми вирушили до Штутгарта, де я познайомився з мамою Нії та трохи оглянули місто та мамі смачну вечерю. Спілкуватися із сім'єю Нії було досить легко, оскільки всі мені її сім'я добре знають англійську мову. Було приємно, що, проживаючи в Німеччині, її сім'я цікавиться ситуацією в Україні. Так пройшов мій перший день в німецькій сім'ї. В п'ятницю, починаючи з другої половини дня ми перебували в місті Некарсуді, де мали екскурсію з англорозмовним гідом на завод, де виготовляють машини аудіо. Екскурсія виявилася дуже цікавою, масштаби виробництва просто вражають. Повернувшись додому, ми трохи посиділи біля будинку Нії у невеликому садочку. Наступного дня ми відвідали замок у мальовничому місті Хайденхайм, Ніа трохи ознайомила мене з його історією. Біля замку я разом із її сім'єю пообідали, після чого мали невеличку прогулянку містом. Повернувшись додому, ми на кілька годин поїхали в басейн, адже погода була дуже спекотною. В неділю, п'ятого липня, ми поїхали в тир, де стріляли із різних видів зброї. Пообідавши, я та сім'я Нії поїхали в ЛБН. Проїхатися було трохи сумно. Загалом вихідні були дуже насиченими та цікавими. Я мав змогу побачити та відчувати як живуть німецькі сім'ї.

Номер страницы: 30

Дата: 06.07.15

Летописец: Гольдштейн Михаил

Выходные я провел в семье своего напарника по обмену, в городе Вупперталь. Даже вопреки тому, что я побывал там второй раз, я все равно остался доволен.

За время моего пребывания там мы обошли и объехали практически весь город. Мы прогулялись по центру, обошли все основные кофейни и лавки мороженого, съезжали на Schwefelbahn вокруг центра, посетили много различных магазинов и супермаркетов. К сожалению экстремально высокая температура не позволила нам куда-нибудь выехать, но зато я побывал в своем любимом Кёльне на пути назад.

В общем, несмотря на погоду и необычайно ~~дешево~~ дорогие оооздания RDB , я все равно очень рад что поехал туда.

Datum: 3.7.2015+4.7.2015

Chronist: Erich-Gabriel Suslo

Nach ~~dem~~ Frühstück gingen ich und mein Austauschpartner in die Stadt Wuppertal, um sie ~~zu~~ ^{ihm} zu zeigen ~~zu~~.

Unser Mittagessen hatten wir in der Stadt. Nachdem wir uns mit Kaffee und Videospiele vollgetrafft, fuhren wir mit der Schwebbahn nach Hause. Nach einer misslungenen Fahrt nach Köln, weil die Züge nicht gingen wegen der Hitze, haben wir im Haus aufgehört und haben Serien angeschaut.

Am zweiten Tag gingen wir in den zweiten Teil der Stadt, wo es weniger Geschäfte, sondern mehr Natur gab. Aber auch am diesen Tag ist nicht viel mehr geschehen wegen der Hitze.

Дата:

Летописец:

*Черникова Лиза***Четверг 02.07.15 «Милый Лансберг»**

Дорога в Лансберг была довольно долгая, но она была оправдана сразу же по приезду в этот чудесный город. Ведь сразу после знакомства с семьей Лизы мы отправились на прогулку по городу. Лансберг—идеальный город для жизни с детьми. Мы шли по улицам и с нами здоровались прохожие. Ощущение, что тут все друг друга знают, делает этот городок еще милее.

**Пятница 03.07.15**

Поскольку Ясмин живет в одном городе с Лизой и они подруги, то мы почти все выходные провели в большой дружной компании. Утром мы поехали кататься на Alpencoaster, это было очень весело и еще там просто шикарные виды. А по дороге домой ми заехали на озеро Грюнтерзее. Поскольку это озеро из воды, что еще зимой была горным снегом, то вода была прохладная. Но так даже лучше, ведь я мечтала об этом еще с момента, как ми сели в поезд в Сант Георгии. А возвращаясь домой в Лансберг, мы все никак не хотели расставаться, так что решили сделать совместный ужин-гриль. Папа Лизы шикарно гриллит, а еще я за эти две недели скушала больше маршмелоу, чем за всю жизнь)

**Суббота 04.07.15**

Семья Лизы оказалась семьей моряков, так что в субботу мы отправились в плавание на Аммерзее. Что я могу сказать, это было моё первое плавание такого рода, а Лиза--великолепный капитан! Озеро, лето, мороженка, Германия, друзья(и так уж и быть, математика)—все что надо...

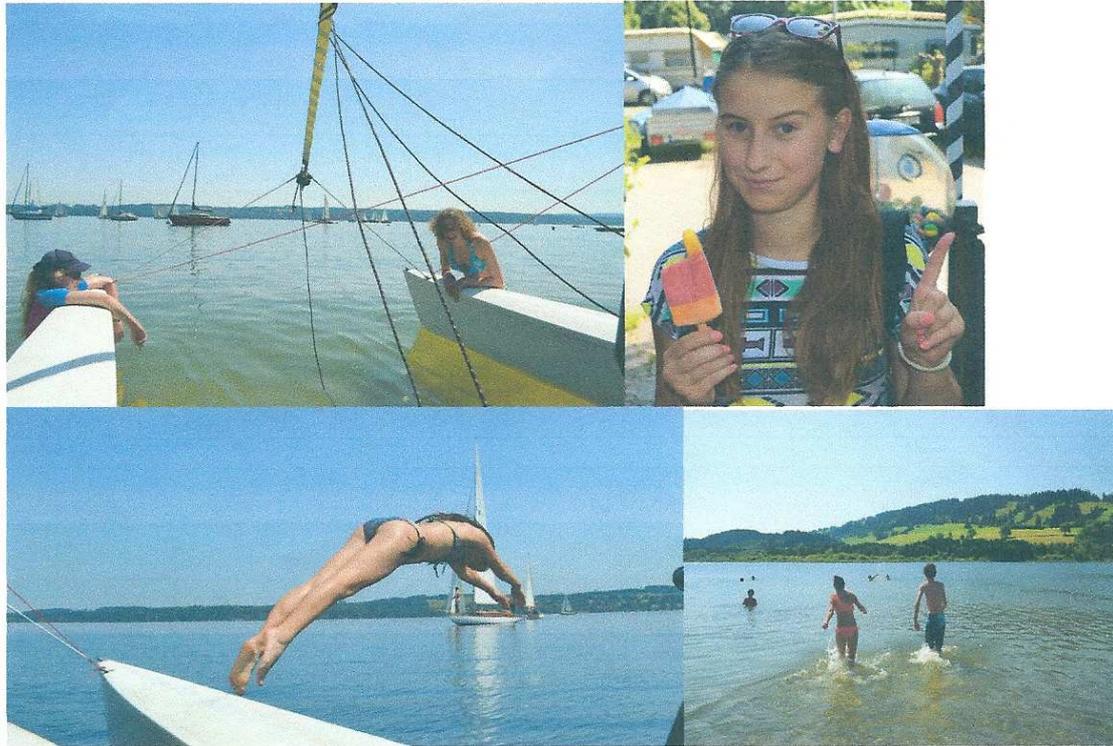
Номер страницы: 33

Дата:

Летописец:

Черникова Лиза

, и даже больше, для счастья.



Но и на этом день не заканчивался, ми поехали с семьей Лизы в городок под названием Ванген. Там специально для родни МакДовелл была экскурсия по этому городку. И это была не совсем стандартная экскурсия, она была построена таким образом, что мы проходили определенную часть города, а потом заходили в ресторан, где нас уже ждала наша вторая часть экскурсии. Вот такое вот сочитание пищи для ума и действительно пищи. Так же на меня произвела приятное впечатление родня Лизы(нас было под 16 человек), не смотря на то, что экскурсия была на немецком(с чем у меня могли возникнуть проблемы) мне все переводили на английский. Благодаря семье Лизы у меня сложилось впечатление, что абсолютно все немцы такие же приветливые и дружелюбные.



Номер страницы: 34

Дата:

Летописец: *Чернышова Лиза*



Ну а что бдействительно прочувствовать город, стоит увидеть его при огнях фонарей, что мне удалось.



Номер страницы: 35

Дата: 02.07 - 05.07

Летописец: Аниа Лагода

О 19.00 в четвер, після того, як ми прийшли зі Шварувальду в ЛГЦ, біля інтернату нас зустрів тато Луани - Дімузенте. На чолі машини ми поїхали в Штутгарт. Це зайняло близько години часу. Висе вдома у Луани я познайомилась з її сім'єю, а після цього ми обговорили плани на завтра і зробили наше завдання в програмі SURFER. Десь об одинадцяті ми легли спати.

Прохитнувшись в 9 ранку, ми поїхали і разом з матю Луани поїхали у зоопарк Штутгарда - Вільгельму. Там ми пробули цілий день і додому повернулись лише до вечері. В зоопарку було дуже гарно, велика кількість худобних тварин і рослини брансала. Мені було шкода білого ведмеда, що був вимушений перебувати там у 35°C спекти.

Наступного дня ми прокинулись о 10. Батько Луани відвіз нас у Людвігсбург. Це захоплюючий палац, виконаний у стилі бароко з елементами рококо і класицизму. Екскурсія по ньому велась на англійській мові. Повернулись додому, як і попереднього дня, ми лише до вечері. Ввечері до Луани прийшли гості - ми спілкувались і грали в настільні ігри.

Неділю ми вирішили присвятити нашому "домашньому завданню". Топи Луана доробляла свій проект з географії, а описувала декілька експериментів з Текморани. В 18.30 ми сіли в машину і тато Луани відвіз нас назад у ЛГЦ.

Tageschronik und Mathematikunterricht

LGH: 25.06. - 07.07.15

6. LGH-Mathe-Sprach-Austausch

Datum: Donnerstag, den 25.06.15 Chronist: Alexander Johannes Genzel

Der erste Tag des Mathe-Sprach-Austausches beginnt für die nicht-LGH Gastgeber mit einer langen Zugfahrt und anschließender kurzen Taxifahrt zum LGH, wo diese von Herrn Dr. Oganian willkommen geheißen wurden. Nach dem Mittagessen und einer einstündigen Pause trafen wir zuerst auf unsere Gast Schüler, denen anschließend zu ihren Zimmern verholfen wurde. Nach einer weiteren zeitlichen Verzögerung begann die Stadtführung mit Herrn Dr. Sauer, der uns, obwohl die Uhrzeiger sich schon dem Zeitpunkt des Beginns der ersten Mathematik Einheit näherten, durch einen sachkundigen und interessanten Ausflug durch die Geschichte und das Stadtzentrum Schwäbisch-Gmünds sowie des LGHs leitete.

Besucht wurden die Aussichtsplattform und die gotische Kathedrale der Stauferstadt, wobei Herr Dr. Sauer sich stets Zeit nahm um die Fragen der Gruppe zu beantworten. Unmittelbar auf die Exkursion durch die Innenstadt folgte die erste Mathematikstunde. In dieser knapp bemessenen Einheit beschäftigten wir uns mit dem Programm SURFER, welches der Veranschaulichung algebraischer Flächen dient. Eine Vielzahl an Schülern, insbesondere aus

Seitennummer: 1

Datum: Donnerstag, den 25.06.15 Chronist: Alexander Johannes Jenzel

den Reihen der Ukrainer, war bereits mit dem Programm vertraut, daher experimentierten einige bereits mit den umfangreichen Möglichkeiten der Manipulation der Flächen. Während diese, von den an die Tafel projizierten Beispielen inspiriert, sich des gewaltigen Ausmaßes der Möglichkeiten bewusst wurden, machten sich die noch Unerfahrenen mit der Funktion und besonders mit der Bedeutung der unterstehenden Gleichungen und ihrer Komponenten bekannt.

Auf die rasche erste Einheit folgte zugleich das Abendessen mit der Ankündigung des anschließenden Wiederabend.

Dieser bestand aus verschiedenen Liedern in ukrainischer und russischer Sprache, vorgelesen vom professionellen Musiker Vladimir Zavgorodni, der in seiner Heimat seit vielen Jahren an der Durchführung von musikalischen Veranstaltungen, seien es Festivals und Konzerte oder die Unterrichtung von Schülern auf der Gitarre. Auf die Aufführung der kreativen und mit Patches präsentierten Balladen folgte eine Zugabe und die Ueberreichung eines Präsentes von Seiten

Datum: Donnerstag, den 25.06.15 Chronist: Alexander Johannes Genzel

der organisiert habenden Lehrers.
Im Anschluss wies Frau Dr. Komonarova die angereisten Teilnehmer mit besonderer Ausführlichkeit in die Hausregeln des KGLs und den Verlauf des morgigen Tages ein, woraufhin die Schüler sich ins Freie begaben um die verbleibende Tageszeit zu nutzen, oder klavierspielend beziehungsweise hörend in der Aula verblieben, bis diese geschlossen werden musste und somit für alle Teilnehmer den frei zu gestaltenden Abend einläutete, bis der Zeitpunkt der Einkehr in die einzelnen Zimmer eintraf.

Datum: 26.06.2015

Chronist: Erich-Gabriel Suslo

Nach dem morgendlichen Frühstück hatten wir uns in das Schulgebäude begeben und unsere nächsten Mathe-Stunden gehabt zum Thema Ellipsen und SURFER. Danach zeigte uns Frau Freund im Chemie-Saal einige Experimente, die wir selber ausführen durften, von der normalen Elektrolyse, bis zum selbstgemachten Aromastoff. Als Finale durften ein paar von uns Luftballons explodieren lassen.

Nach dem Mittagessen gingen wir ~~die~~ den Hochseilgarten in Schwäbisch Gmünd und hatten eine Menge Spaß, und auch nach dem Garten konnten wir ~~den~~ Turm besichtigen und ~~nach~~ unten die Stadt erkunden.

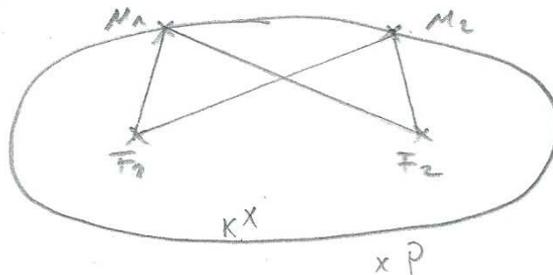
Nach dem Abendessen hatten wir im „Erdenreich“, einem Garten, ein Stück vorgespielt bekommen, was im Barock ~~statt~~ stattfand. Dieses Stück war zwar auf Deutsch, aber durch die Mimiken war das Stück immer noch sehr lustig.

Datum: Freitag, den 26.06.15 Chronist: Alexander J. Genzel

Wegelschnitte Einheit Nr. 1:

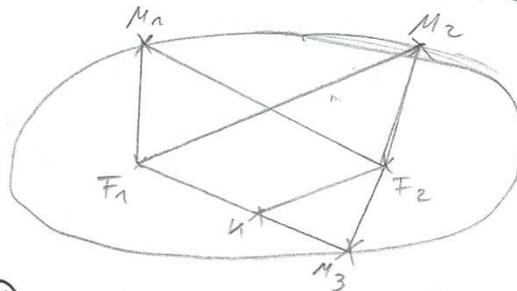
Definition einer Ellipse:

Unter einer Ellipse versteht man den geometrischen Ort einer Ebene, für die die Summe ihrer Abstände zu zwei festen Punkten dieser Ebene konstant bleibt.



$$\begin{aligned} \overline{M_1 F_1} + \overline{M_1 F_2} &= \\ &= \overline{M_2 F_1} + \overline{M_2 F_2} \\ \text{da: Länge } \overline{F_1 M_1} &= \overline{F_2 M_1} \end{aligned}$$

Für U gilt: $\overline{F_1 U} + \overline{F_2 U} < \overline{F_1 M_1} + \overline{F_2 M_1} < \overline{F_1 P} + \overline{F_2 P}$

Beweis mithilfe der Dreiecksungleichung:

Aus der Dreiecksungleichung folgt:

$$\begin{aligned} \overline{U F_2} &< \overline{U M_3} + \overline{M_3 F_2} && | + \overline{F_1 U} \\ \overline{F_1 U} + \overline{F_2 U} &< \overline{F_1 M_3} + \overline{M_3 F_2} + \overline{F_1 U} \\ \overline{F_1 U} + \overline{F_2 U} &< \overline{M_3 F_2} + \underbrace{\overline{U M_3}}_{\overline{F M_3}} + \overline{F_1 U} \\ \overline{F_1 U} + \overline{F_2 U} &< 2a \end{aligned}$$

Datum: Freitag, den 26.06.2015 Chronist: Alexander Johannes Genzel

Die Punkte F_1 und F_2 werden als Brennpunkte der Ellipse bezeichnet.

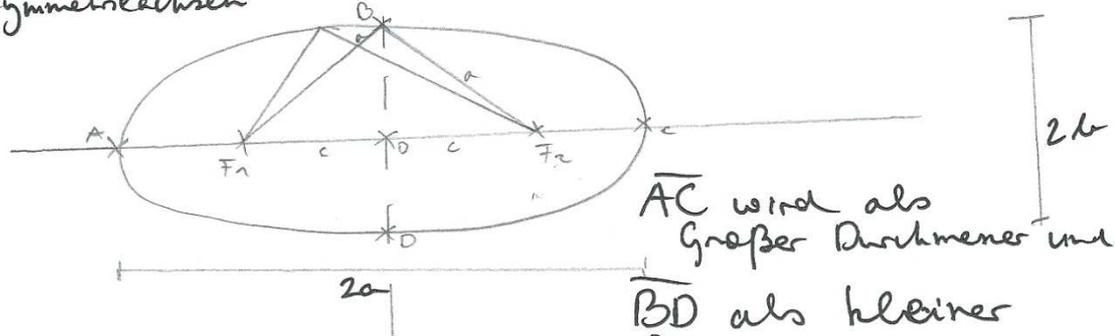
$$\overline{F_1 F_2} = 2c$$

$$\overline{M F_1} + \overline{M F_2} = 2a$$

Bei $c = 0$ kommt es zu einem Kreis.
Der Kreis stellt einen Sonderfall einer Ellipse dar, bei dem die Brennpunkte aufeinanderliegen.

Eigenschaften einer Ellipse:

Symmetrieachsen



\overline{AC} wird als großer Durchmesser und \overline{BD} als kleiner Durchmesser der Ellipse dargestellt bezeichnet

$$\overline{F_1 C} + \overline{F_2 C} = 2a$$

$$\overline{F_1 C} + \overline{F_1 A} = 2a$$

$$\overline{AC} = 2a$$

$$\overline{BD} = 2 \overline{BO}$$

$$\overline{BO}^2 = \overline{BF_2}^2 - \overline{OF_2}^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\overline{BO} = \sqrt{\overline{BF_2}^2 - \overline{OF_2}^2}$$

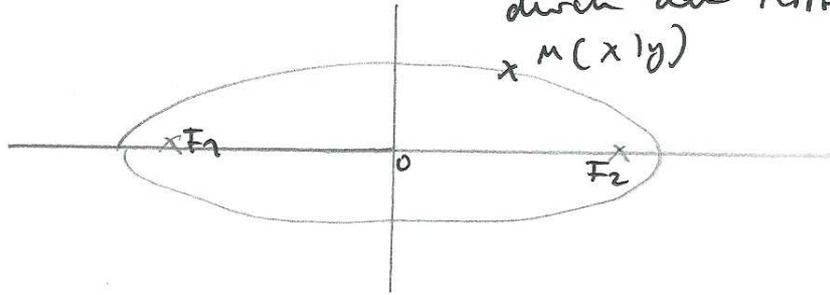
$$\overline{BO} = \sqrt{a^2 - c^2} = b$$

Datum: Freitag, den 26.06.15

Chronist: Alexander Johannes Gutzel

Gleichung des Ellipse:

In dieser günstigen Darstellung folgt die x-Achse durch die Brennpunkte, die y-Achse durch den Mittelpunkt.



$$\begin{aligned} \overline{F_1 F_2} &= 2c & \overline{MF_1} + \overline{MF_2} &= 2a \\ F_1: (-c | 0) & & \sqrt{(x+c)^2 + y^2} + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} &= 2a \quad | - * \\ F_2: (c | 0) & & \sqrt{(x+c)^2 + y^2} &= 2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2} \quad | (\dots)^2 \end{aligned}$$

$$(x+c)^2 + y^2 = (2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2})^2$$

$$(x+c)^2 + y^2 = 4a^2 - 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} + (x-c)^2 + y^2$$

$$x^2 + 2xc + c^2 + y^2 = 4a^2 - 4a\sqrt{x^2 - 2xc + c^2 + y^2} + x^2 - 2xc + c^2 + y^2$$

$$4xc = 4a^2 - 4a\sqrt{x^2 - 2xc + c^2 + y^2} \quad | : 4$$

$$xc = a^2 - a\sqrt{x^2 - 2xc + c^2 + y^2} \quad | - a^2 \quad ; (\dots)^2$$

$$xc - a^2 = -a\sqrt{x^2 - 2xc + c^2 + y^2} \quad | (\dots)^2 \quad ; (-a)^2, (-x)^2$$

$$x^2c^2 - a^2$$

$$\left(\frac{a^2 - xc}{a} \right)^2 =$$

$$x^2c^2 - 2xca^2 + a^4 = a^2(x^2 - 2xc + c^2 + y^2)$$

$$x^2c^2 - 2xca^2 + a^4 = a^2x^2 - 2a^2xc + a^2c^2 + a^2y^2$$

$$a^4 + x^2c^2 = a^2x^2 + a^2c^2 + a^2y^2 \quad | - a^2c^2 \quad | - y^2c^2$$

$$a^4 - a^2c^2 = a^2x^2 - x^2c^2 + a^2y^2$$

$$a^2(a^2 - c^2) = x^2(a^2 - c^2) + a^2y^2$$

Datum: Freitag, 26.06.15

Chronist: Alexander Johannes Genzel

$$a^2 b^2 = x^2 b^2 + a^2 y^2 \quad | : b^2 ; : a^2$$

$$1 = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \quad a > b$$

aus
gleichung $\Rightarrow y = \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}$

Aufgabe:

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \quad \begin{array}{l} a = 5 \\ b = 3 \end{array}$$

$$b = \sqrt{a^2 - c^2} \quad | (\cdot \cdot)^2$$

$$b^2 = a^2 - c^2 \quad | - a^2$$

$$b^2 - a^2 = -c^2 \quad | \cdot (-1)$$

$$a^2 - b^2 = c^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$= \sqrt{25 - 9}$$

$$= \sqrt{16} = 4$$

$$\Rightarrow F_1 (-4 | 0)$$

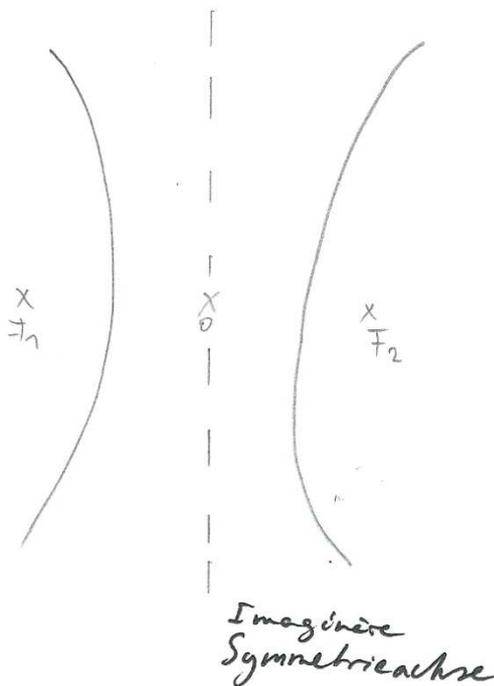
$$F_2 (4 | 0)$$

Datum: Freitag, den 28.06.15 Chronist: Alexander Johannes Genzel

Hyperbel:

Unter einer Hyperbel versteht man einen geometrischen Ort aller Punkte einer Ebene für die der Betrag der Differenz zweier Abstände zu zwei festen Punkten konstant bleibt.

$$|\overline{MF_1} - \overline{MF_2}| = 2a$$



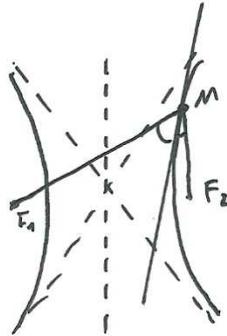
Die Punkte F_1, F_2 werden auch bei der Parabel als Brennpunkte bezeichnet.

Datum: 27.06.2015, Samstag

Chronist: Erich-Gabriel Suslo

Falls ein Punkt innerhalb der beiden Kurven ^{der Hyperbel} liegt, gilt $|\overline{F_1M} - \overline{F_2M}| < 2a$, wobei $2a$ der Abstand zwischen den Kurven ist. Falls einer außerhalb liegt, gilt $|\overline{F_1M} - \overline{F_2M}| > 2a$. Der Beweis folgt analog zur Ellipse.

Wie auch die Ellipse, hat die Hyperbel eine optische Eigenschaft:

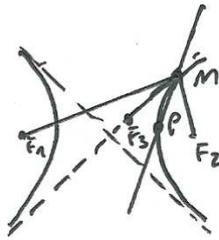


Zu Beweisen: Die Tangente von der Hyperbel an der Stelle M ist die Winkelhalbierende von dem Winkel $\sphericalangle F_1MF_2$

Beweis: (Analog zur Ellipse)

Wir konstruieren eine Winkelhalbierende.

Behauptung: Sie ist eine Sekante.



Wir spiegeln F_2 an der Winkelhalbierenden und bekommen F_3
Es gilt: $\overline{F_3M} = \overline{F_2M}$ und $\overline{F_3P} = \overline{F_2P}$

$$\overline{MF_1} - \overline{MF_2} = \overline{MF_1} - \overline{MF_3} = \overline{F_1F_3} = 2a$$

$$\overline{PF_1} - \overline{PF_2} = \overline{PF_1} - \overline{PF_3} = 2a = \overline{F_1F_3} + \overline{PF_3}$$

$$\overline{PF_1} = \overline{PF_3} + \overline{F_1F_3} \Rightarrow \text{unerfüllte Dreiecksungleichung } (a < b + c)$$

\Rightarrow kein Punkt $P \Rightarrow$ keine Sekante \Rightarrow Aussage ist durch indirekten Beweis bewiesen.

Seitennummer: 10

Gleichung einer Hyperbel:

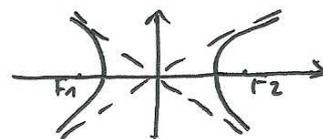
$$\overline{F_1 F_2} = 2c$$

$$|\overline{F_1 M} - \overline{F_2 M}| = 2a$$

$$a < c$$

$$F_1(-c|0)$$

$$F_2(c|0)$$



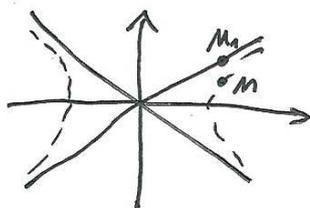
$$\begin{aligned} \sqrt{(x+c)^2 + y^2} - \sqrt{(x-c)^2 + y^2} &= \pm 2a && | + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} \\ \sqrt{(x+c)^2 + y^2} &= \sqrt{(x-c)^2 + y^2} \pm 2a && | \wedge^2 \\ x^2 + 2cx + c^2 + y^2 &= x^2 - 2cx + c^2 + y^2 \pm 4a \sqrt{(x-c)^2 + y^2} + 4a^2 && | + 2cx \\ 4cx &= 4a^2 \pm 4a \sqrt{(x-c)^2 + y^2} && | - a^2 \\ cx - a^2 &= \pm a \sqrt{(x-c)^2 + y^2} && | \wedge^2 \\ c^2 x^2 - 2a^2 cx + a^4 &= a^2 \cdot (x^2 - 2cx + c^2 + y^2) \\ c^2 x^2 - 2a^2 cx + a^4 &= a^2 x^2 - 2a^2 cx + c^2 a^2 + a^2 y^2 && | - a^2 x^2 \quad | - a^2 \\ x^2 (c^2 - a^2) &= a^2 (c^2 - a^2) + a^2 y^2 && (b = \sqrt{c^2 - a^2}) \\ x^2 b^2 &= a^2 b^2 + a^2 y^2 && | - a^2 y^2 \\ x^2 b^2 - a^2 y^2 &= a^2 b^2 && | : b^2 \quad | : a^2 \end{aligned}$$

$\boxed{\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1}$ (Die Äquivalenz der obigen und dieser Formel wird analog zur Ellipse bewiesen)

$$\Rightarrow x^2 \geq a^2 \Leftrightarrow x \geq a \vee x \leq -a$$

Wenn $y=0$ ist, ist $x = \pm a$

Die Geraden der Hyperbel:



Gleichung: $\frac{x}{a} \pm \frac{y}{b} = 0 \Leftrightarrow y = \pm \frac{b}{a} x$

$$M(x; \frac{b}{a} \sqrt{x^2 - a^2}) \quad (\Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1)$$

$$M_1(x; \frac{b}{a} x)$$

$$\overline{MM_1} = \frac{b}{a} (x - \sqrt{x^2 - a^2}) = \frac{b \cdot (x - \sqrt{x^2 - a^2}) \cdot (x + \sqrt{x^2 - a^2})}{(x + \sqrt{x^2 - a^2})}$$

$$= \frac{b \cdot x^2 - (x^2 - a^2)}{a \cdot (x + \sqrt{x^2 - a^2})} = \frac{b a^2}{a(x + \sqrt{x^2 - a^2})}$$

(Abstand wird kleiner: $\frac{1}{x}$)

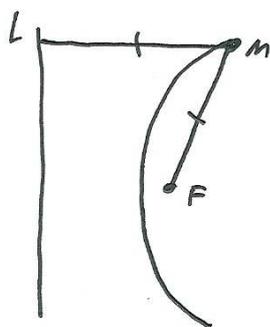
Datum: 27.05.2015, Samstag

Chronist: Erich-Gabriel Suslo

$y = \pm \frac{b}{a} x$ sind die Asymptoten der Hyperbel.

Wenn die 1 in der Hyperbel-Gleichung durch die -1 geändert wird, ist diese nach oben und unten geöffnet.

Parabel



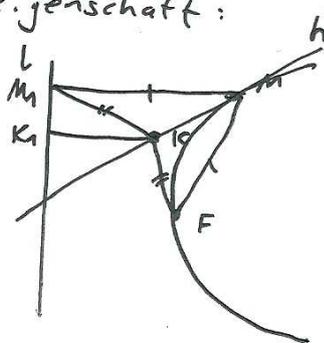
Definition:

Unter einer Parabel versteht man den geometrischen Ort aller Punkte einer Ebene, die den gleichen Abstand von einer Geraden und von einem Punkt haben.

F : Brennpunkt

L : Leitgerade

Optische Eigenschaft:



h : Winkelhalbierende
von $\triangle M_1 M F$

$$\begin{aligned} \overline{MF} &= \overline{MM_1} \\ \triangle FMK &= \triangle KMM_1 \\ \frac{\overline{KK_1}}{\overline{K_1M_1}} &< \frac{\overline{KM_1}}{\overline{MF}} \\ \frac{\overline{KK_1}}{\overline{K_1M_1}} &< \frac{\overline{KM_1}}{\overline{KF}} \end{aligned}$$

Alle K liegen außerhalb der Parabel außer M
 \Rightarrow Tangente ist die Winkelhalbierende.

Seitennummer: 12

Datum: 27.06

Chronist: Katharina

Auch das heutige Programm war mindestens genauso abwechslungsreich wie straff:

Nach dem meiner Meinung nach viel zu früh angesetzten Frühstück begann der Tag mit 3 aufeinanderfolgenden Stunden Mathe. Erneut beschäftigten wir uns mit Kegelschnitten und dem Programm „Surfer“.

Auf das Mittagessen folgte eine Führung durch das von den Schülern eigen konzipierte Campusmuseum, das einen Exkurs in die Geschichte Deutschlands mit Bezugnahme auf die Geschichte des LGH, einer ehem. Kaserne, bot.

Anschließend stand noch eine Führung durch die Gewandmeisterei des Staufer Saga e.V.'s. Das abendliche Sommerfest mit Grill, Spielen und einer Menge Spaß rundete den Tag ab.

Seitennummer:

163

Datum: 28.6.15

Chronist: Olivia Thierley

$d_1 = d_2$ $\overline{QF} = p$
 $\overline{MP} = \overline{MF}$
 $y^2 = 2px$

Herleitung der Parabelgleichung:

$F(\frac{p}{2} | 0)$
 $l: x - \frac{p}{2}$

$\overline{HP} = \overline{HF}$
 $\overline{MP} = x + \frac{p}{2}$
 $\overline{HF} = \sqrt{(x - \frac{p}{2})^2 + y^2}$

$\Rightarrow x + \frac{p}{2} = \sqrt{(x - \frac{p}{2})^2 + y^2} \quad |(\)^2$
 $x^2 + px + \frac{p^2}{4} = x^2 - px + \frac{p^2}{4} + y^2$
 $y^2 = 2px$

① $M(x|y) \in K_p$
 $M_1(x|-y) \in K_p$
 Ellipse

② $x \geq 0$

③ $O(0|0) \in K_p$
 Scheitelpunkt

Scheitelform der Parabelgleichung

Hyperbel

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
 Def.: $\overline{MF_1} + \overline{MF_2} = 2a$

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
 Def.: $|\overline{MF_1} - \overline{MF_2}| = 2a$

Datum: 28.6. 15

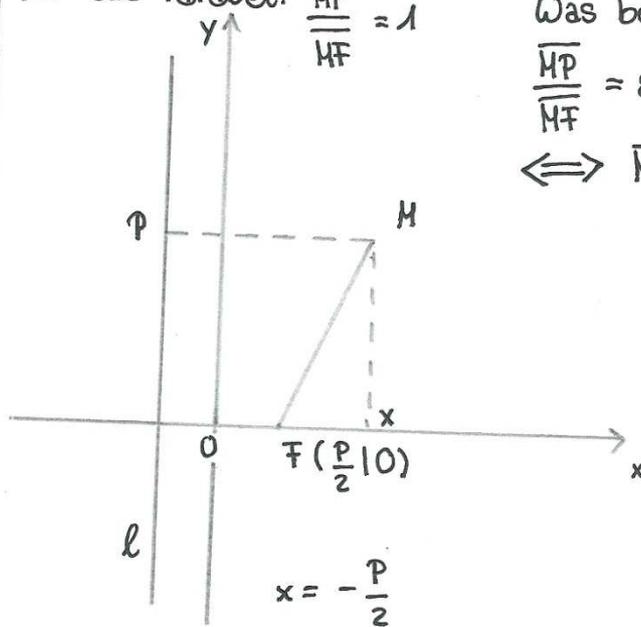
Chronist: Olivia Thierley

für die Parabel: $\frac{\overline{MP}}{\overline{MF}} = 1$

Was bekommt man, wenn ?

$$\frac{\overline{MP}}{\overline{MF}} = \varepsilon > 0, \varepsilon \neq 1$$

$$\Leftrightarrow \overline{MP} = \varepsilon \cdot \overline{MF}$$



$$\overline{MP} = \left| x + \frac{p}{2} \right| = \varepsilon \sqrt{\left(x - \frac{p}{2} \right)^2 + y^2} = \varepsilon \overline{MF} \quad | \quad ()^2$$

$$x^2 + px + \frac{p^2}{4} = \varepsilon^2 \left(x^2 - px + \frac{p^2}{4} + y^2 \right)$$

$$x^2 (1 - \varepsilon^2) + p(1 + \varepsilon^2)x + (1 - \varepsilon^2) \frac{p^2}{4} = \varepsilon^2 y^2 \quad | : \varepsilon^2$$

$$y^2 = \frac{1 - \varepsilon^2}{\varepsilon^2} x^2 + \frac{p(1 + \varepsilon^2)}{\varepsilon^2} x + \frac{(1 - \varepsilon^2)}{\varepsilon^2} \frac{p^2}{4}$$

$$= \frac{1 - \varepsilon^2}{\varepsilon^2} \left[x^2 + p \frac{1 + \varepsilon^2}{1 - \varepsilon^2} x + \frac{p^2}{4} \right]$$

$$= \frac{1 - \varepsilon^2}{\varepsilon^2} \left[x^2 + 2x \frac{p(1 + \varepsilon^2)}{2(1 - \varepsilon^2)} + \frac{p^2(1 + \varepsilon^2)^2}{4(1 - \varepsilon^2)^2} + \frac{p^2}{4} - \frac{p^2(1 + \varepsilon^2)^2}{4(1 - \varepsilon^2)^2} \right]$$

$$y^2 = \frac{1 - \varepsilon^2}{\varepsilon^2} \left[\left(x + \frac{p}{2} \frac{1 + \varepsilon^2}{1 - \varepsilon^2} \right)^2 + \frac{p^2}{4} \left(1 - \frac{(1 + \varepsilon^2)^2}{(1 - \varepsilon^2)^2} \right) \right]$$

$$y^2 = \frac{1 - \varepsilon^2}{\varepsilon^2} \left(x + \frac{p(1 + \varepsilon^2)}{2(1 - \varepsilon^2)} \right)^2 + \frac{p^2}{4} \frac{1 - \varepsilon^2}{\varepsilon^2} \frac{(1 - \varepsilon^2)^2 - (1 + \varepsilon^2)^2}{(1 - \varepsilon^2)^2}$$

Seitennummer: 15

Datum: 28.6.15

Chronist: Olivia Thierley

$$y^2 = \frac{1-\epsilon^2}{\epsilon^2} \left(x + \frac{p(1+\epsilon^2)}{2(1-\epsilon^2)} \right)^2 + \frac{p^2}{4} \frac{1-\epsilon^2}{\epsilon^2} \frac{(-4)\epsilon^2}{(1-\epsilon^2)^2}$$

$$y^2 = \frac{(1-\epsilon^2)}{\epsilon^2} \left(x + \frac{p(1+\epsilon^2)}{2(1-\epsilon^2)} \right)^2 - \frac{p^2}{1-\epsilon^2}$$

$$\frac{(1-\epsilon^2)}{\epsilon^2} \left(x + \frac{p(1+\epsilon^2)}{2(1-\epsilon^2)} \right)^2 - y^2 = \frac{p^2}{1-\epsilon^2} \quad | : \frac{p^2}{1-\epsilon^2}$$

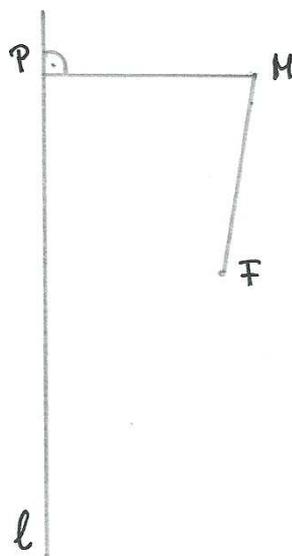
$$\frac{\left(x + \frac{p(1+\epsilon^2)}{2(1-\epsilon^2)} \right)^2}{\frac{\epsilon^2 p^2}{(1-\epsilon^2)^2}} - \frac{y^2}{\frac{p^2}{1-\epsilon^2}} = 1$$

$\epsilon \neq 1; \epsilon > 0$

<p>① $0 < \epsilon < 1$</p> <p>② $\epsilon > 1$</p>	<p>① $0 < \epsilon < 1$</p> <p>$b^2 = \frac{p^2}{1-\epsilon^2} \Rightarrow b = \frac{p}{\sqrt{1-\epsilon^2}}$</p> <p>$a^2 = \frac{\epsilon^2 p^2}{(1-\epsilon^2)^2}$</p> <p>$a = \frac{\epsilon p}{1-\epsilon^2} > 0$</p>	<p>$x_0 = \frac{p(1+\epsilon^2)}{2(1-\epsilon^2)} > 0$</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\frac{(x+x_0)^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ </div>
<p>② $\epsilon > 1$</p> <p>$a^2 = \frac{\epsilon^2 p^2}{(1-\epsilon^2)^2} \Rightarrow a = \frac{\epsilon p}{\epsilon^2 - 1} > 0$</p> <p>$-b^2 = \frac{p^2}{1-\epsilon^2} \Rightarrow b = \frac{p}{\sqrt{\epsilon^2 - 1}} > 0$</p> <p>$-x_0 = \frac{p(1+\epsilon^2)}{2(1-\epsilon^2)}$</p>	<p>$\overline{MP} = \epsilon \overline{MF}, \epsilon > 1$</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ </div> <p>Ellipse $\begin{cases} \epsilon \rightarrow \infty \\ b \rightarrow 0 \\ a \rightarrow 0 \\ x_0 \rightarrow \frac{p}{2} \end{cases}$</p> <p>Ellipse \rightarrow Brennpunkt</p>	

Datum: 28.6.15

Chronist: Olivia Thierley

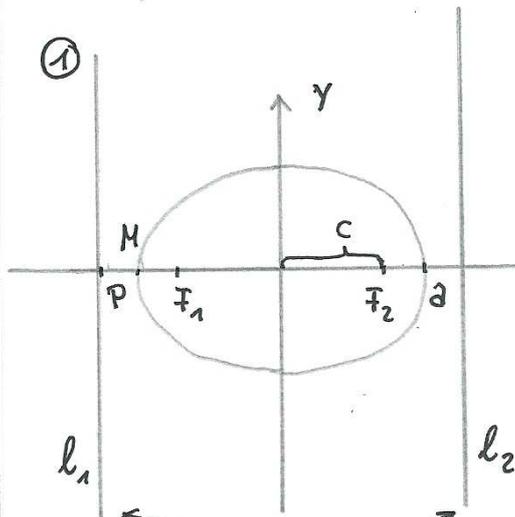


$$\overline{MP} = \epsilon \overline{MF}$$

↓

- ① $0 < \frac{\epsilon}{\epsilon} < 1 \Rightarrow$ Hyperbel
- ② $\epsilon = 1 \Rightarrow$ Parabel
- ③ $\epsilon > 1 \Rightarrow$ Ellipse

l heißt Leitgerade
 F Brennpunkt



$$\epsilon > 1 \Rightarrow \overline{MP} = \epsilon \overline{MF} > \overline{MF}$$

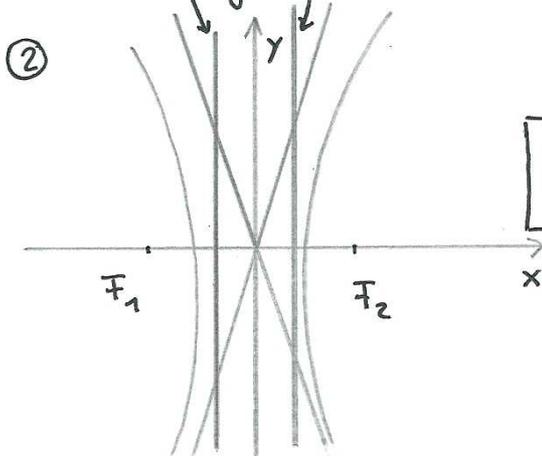
$$a^2 - b^2 = a^2 + (-b^2) = \frac{\epsilon^2 p^2}{(1-\epsilon^2)^2} + \frac{p^2}{1-\epsilon^2}$$

$$x = \frac{\epsilon^2 p^2}{(1-\epsilon^2)^2} + \frac{p^2(1-\epsilon^2)}{(1-\epsilon^2)^2} = \frac{p^2}{(1-\epsilon^2)^2}$$

$$c = \frac{p}{\epsilon^2 - 1}$$

$$\frac{c}{a} = \frac{\frac{p}{\epsilon^2 - 1}}{\frac{\epsilon p}{\epsilon^2 - 1}} = \frac{1}{\epsilon} < 1$$

zwei Leitgeraden



$$\frac{1}{\epsilon} = \frac{2c}{2a} - \text{Exzentrizität der Ellipse}$$

Seitennummer: 17

Datum: 29.6.15 (Vormittag)

Chronist: Yasmin Then

① Der Kegelschnitt

Kegelfläche eines Doppelkegels
 φ - der Winkel zwischen der Drehachse und der Geraden

$\alpha > \varphi$
E-Kurve

② P-Kurve
 $\alpha = \varphi$

③ H-Kurve
 $\alpha < \varphi$

① Seitenansicht

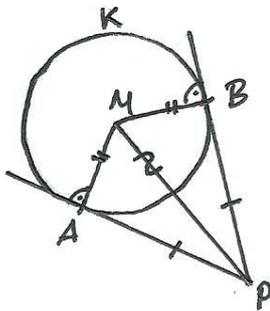
Satz 1:
 zu Beweisen: es entsteht eine Ellipse

Bew:
 $\triangle ABO$
 E-Kurve ist eine Ellipse mit den Brennpunkten F_1 und F_2 .
 F_1 und F_2 sind die Berührungspunkte des jeweiligen Kreises mit der Ebene b .

Datum: 28.6.15 (Vormittag)

Chronist: Yasmin Then

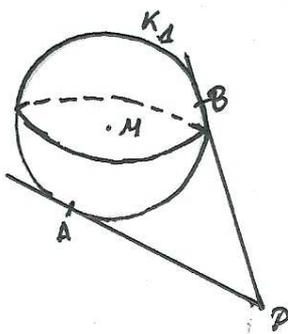
Satz von Lemma 1:



Geg: Kreis k ; $P \notin k$; $A \in k$; $B \in k$;
 \overline{AP} und \overline{BP} \rightarrow Tangenten

Bew:

Satz von Lemma 2:



Geg: Kugel K_1 ; $P \notin K$
 $\overline{PA}, \overline{PB}$ \rightarrow beliebige Tangenten

Bew: $\overline{PA} = \overline{PB}$

Beweis: Ebene $APB \cap K_1 = K \rightarrow$ Kreis
 Aus Lemma 1 für K folgt $\overline{PA} = \overline{PB}$

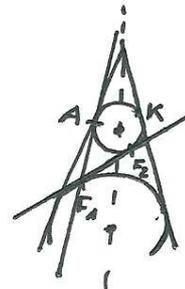
zurück zur Ellipse:

F_1 und $F_2 \rightarrow \overline{F_1 F_2}$ ist
 eine Tangente von Kugel k

A , Berührungspunkt von Kugel k
 und Mantelfläche

$\overline{F_1 A} \rightarrow$ Tangente von Kugel k

$\Rightarrow \overline{F_1 F_2} = \overline{F_1 A}$



Beweis von Satz 1:

F_1 und F_2 sind die Berührungspunkte der Dandertinschen Kugeln
 (mat. Begriff der betrachteten Kugeln)

B_1 ~~und B_2 Berührungspunkt~~

\hookrightarrow Punkt auf dem oberen Berührungskreis

OB_1 ist eine Mantellinie

$B_2 = OB_1 \cap$ unterer Berührungskreis

$P = B_1 B_2 \cap$ Schnittebene

Datum: 28.6.15 (Vormittag)

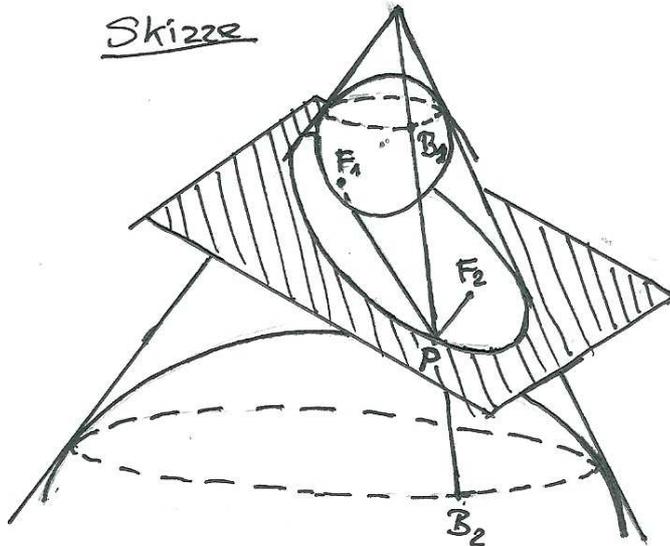
Chronist: Yasmin Then

P ist beliebiger Punkt auf der E-Kurve.

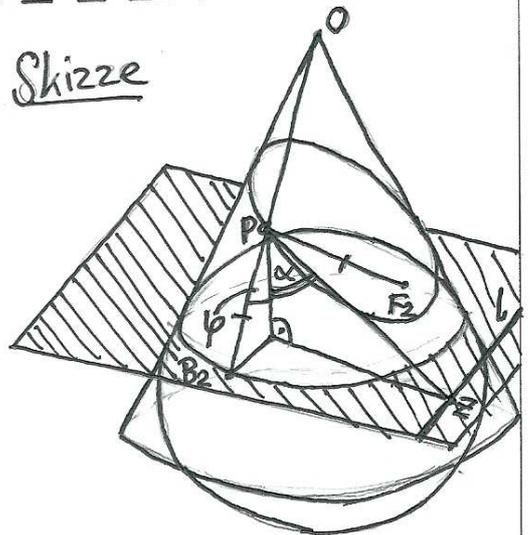
PF_1 und PB_1 sind Tangenten der oberen Kugel $\overline{PF_1} = \overline{PB_1}$ (Lemma 2)

Analog: $PF_2 = PB_2 \Rightarrow \overline{PF_1} + \overline{PF_2} = \overline{PB_1} + \overline{PB_2} = \overline{B_1B_2}$
 const. für alle Punkte $P \in E$ Kurve
 $\Rightarrow E$ Kurve ist eine Ellipse

Skizze



Skizze



E von gestern ist ϵ_1 .

$$\epsilon = \frac{1}{\epsilon_1}$$

σ - die Ebene des unteren Berührungskreises

$L = \sigma \cap$ Schnittebene

$\forall P \in$ Ellipse

$B_2 \in \sigma$; $B_2 \in$ Mantellinie durch P

$PT \perp \sigma$; $PZ \perp L$

$PT \parallel$ Drehachse ($\perp \sigma$) \Rightarrow

Der Winkel zw. PB_2 und PT ist φ

" — " PT und PZ ist α

$$\text{Aus } \triangle PB_2T \text{ } \cos \varphi = \frac{\overline{TP}}{\overline{PB_2}} = \frac{\overline{TP}}{\overline{PF_2}} \quad (1)$$

Seitennummer: \rightarrow

30

Datum: 29.6.15 (Vormittag)

Chronist:

Yasmin Then

$$\text{Aus } \triangle TPZ \quad \cos \alpha = \frac{\overline{TP}}{\overline{PZ}} \quad (2)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{aus (1)} \quad \overline{TP} = \overline{PF}_2 \cos \varphi \\ \text{aus (2)} \quad \overline{TP} = \overline{PZ} \cos \alpha \end{array} \right\} \overline{PF}_2 \cos \varphi = \overline{PZ} \cos \alpha$$

$$\text{Exzentrizität } \varepsilon = \frac{\overline{PF}_2}{\overline{PZ}} = \frac{\cos \alpha}{\cos \varphi} < 1; \alpha > \varphi$$

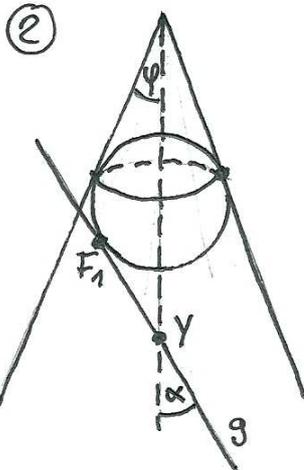
Satz 2

$$\frac{\overline{PF}_2}{\overline{PZ}} = \frac{\cos \alpha}{\cos \varphi} = \text{const.} < 1$$

$\hookrightarrow = \varepsilon$

$$\text{Analog: } \frac{\overline{PF}_1}{\overline{PZ}} = \varepsilon$$

Ellipse (als Kegelschnitt) $\alpha > \varphi \Rightarrow \cos \alpha < \cos \varphi$
 $\Rightarrow \varepsilon = \frac{\cos \alpha}{\cos \varphi} < 1$ Exzentrizität



$$\alpha = \varphi$$

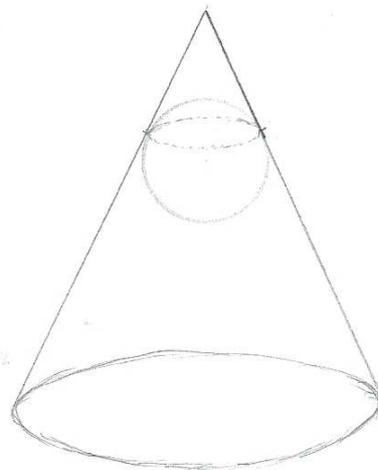
Drehachsenschnittstelle = Y
 $Y \in g \in \text{Schnittebene}$

Analog zur Ellipse
 $\overline{PB}_1 = \overline{PF}_1$ (Lemma 1)

L entsteht genauso wie
im Fall der Ellipse

$$\text{Analog: } \frac{\overline{PF}_2}{\overline{PZ}} = \frac{\cos \alpha}{\cos \varphi} =$$

$$\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha} = 1 = \varepsilon$$



Seitennummer:

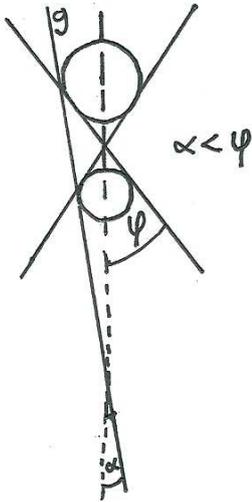
21

Datum: 29.6.15 (Vormittag)

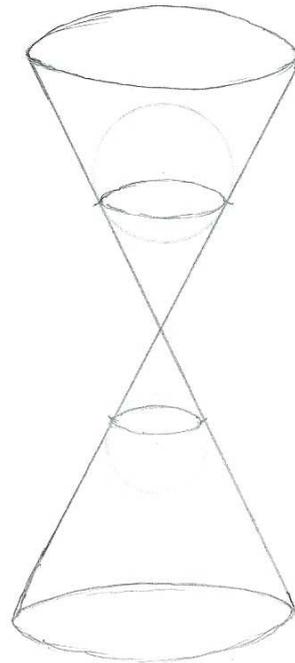
Chronist: Yasmin Then

Satz 3: \mathcal{P} Kurve ist eine Parabel

③



\mathcal{g} entsteht wie im Fall 1 und 2
 Die Kreise berühren zwei Mantellinien
 — Gerade \mathcal{g}
 Analog entstehen zwei Kugeln



$\mathcal{P} \in \mathcal{H}$ Kurve
 $\mathcal{P} \in \mathcal{B}_1 \mathcal{B}_2$ Mantellinie
 $\overline{\mathcal{P}\mathcal{F}_1} = \overline{\mathcal{P}\mathcal{B}_1}$ (analog)
 $\overline{\mathcal{P}\mathcal{F}_2} = \overline{\mathcal{P}\mathcal{B}_2}$ (analog)
 $\overline{\mathcal{B}_1 \mathcal{B}_2} = \text{const.}$
 $|\overline{\mathcal{P}\mathcal{B}_1} - \overline{\mathcal{P}\mathcal{B}_2}| = |\overline{\mathcal{P}\mathcal{F}_1} - \overline{\mathcal{P}\mathcal{F}_2}|$
 $\forall \mathcal{P} \in \mathcal{H}$ Kurve

Satz 4: \mathcal{H} Kurve ist eine Hyperbel

Analog: $\epsilon = \frac{\cos \alpha}{\cos \varphi} = \text{const.} > 1$, da $\alpha < \varphi$

Datum: 29.06.15 (Vormittag)

Chronist: Yasmin Them

Was sagt Exzentrizität über die Form der Ellipse aus?

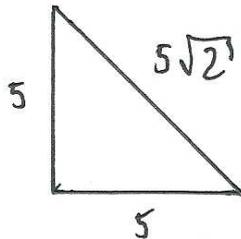
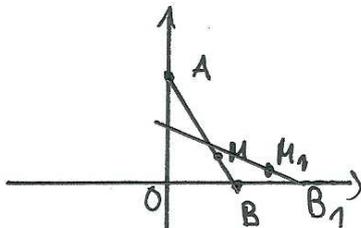
Was passiert, wenn die Exzentrizität gegen 0 strebt?

Je näher die Exzentrizität gegen 0 strebt, desto mehr ähnelt die Ellipse einem Kreis

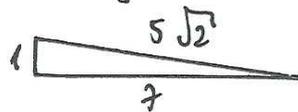
$$E = \frac{c}{a} ; e^2 = \frac{c^2}{a^2} = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = 1 - \frac{b^2}{a^2} \quad (b^2 = a^2 - c^2)$$

Exzentrizität der gleichseitigen Hyperbel:

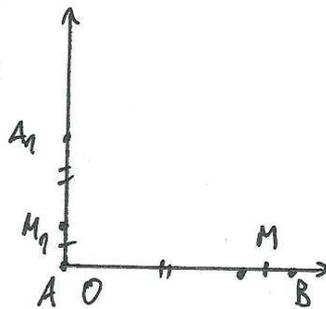
$$E = \frac{c}{a} ; e^2 = \frac{c^2}{a^2} = \frac{a^2 + b^2}{a^2} \quad \text{mit } a=b \Rightarrow e = \sqrt{2}$$



$$5 + 5 = 10$$



$$1 + 7 = 8$$



~~$$\sin^2 400$$~~

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$x_M = p \sin \alpha$$

$$y_M = q \cos \alpha$$

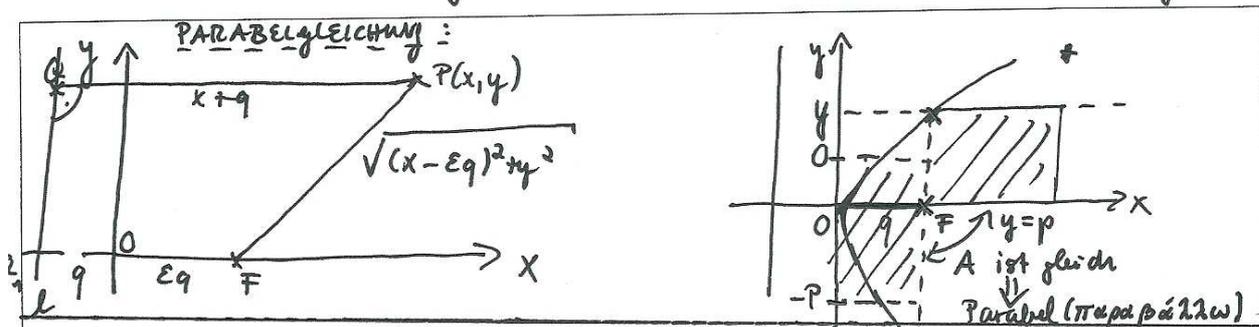
$$\sin \alpha = \frac{x_M}{p}$$

$$\cos \alpha = \frac{y_M}{q}$$

$$\frac{x^2}{p^2} + \frac{y^2}{q^2} = 1$$

Datum: 29.06.15 (Nachmittag)

Chronist: Luana-Maria Lima, Sa (LjH)



$\overline{PF} = \varepsilon \cdot \overline{PA} \Leftrightarrow \sqrt{(x - \varepsilon q)^2 + y^2} = \varepsilon \cdot (x + q) \quad |(\cdot)$
 $\overline{OF} = \varepsilon \cdot \overline{OA}$
 $2q\varepsilon(1 + \varepsilon) = p$
 $F(q|0)$
 $x = q : y^2 = \underline{2 \cdot p \cdot q}$

$x^2 - 2\varepsilon q x + \varepsilon^2 q^2 + y^2 = \varepsilon^2 x^2 + 2\varepsilon^2 q x + \varepsilon^2 q^2$

$y^2 = 2q\varepsilon(1 + \varepsilon) \cdot x - (1 - \varepsilon^2) \cdot x^2 : K_\varepsilon$

1) $0(0|0) \in K_\varepsilon \Rightarrow$ Scheitelform des Kegelschnitts

2) $\varepsilon = 1 \quad y^2 = 2px - \quad$ Parabel $p = 2q$
 $(A_R) \quad (A) \rightarrow$ Parabel

3) $\varepsilon < 1$

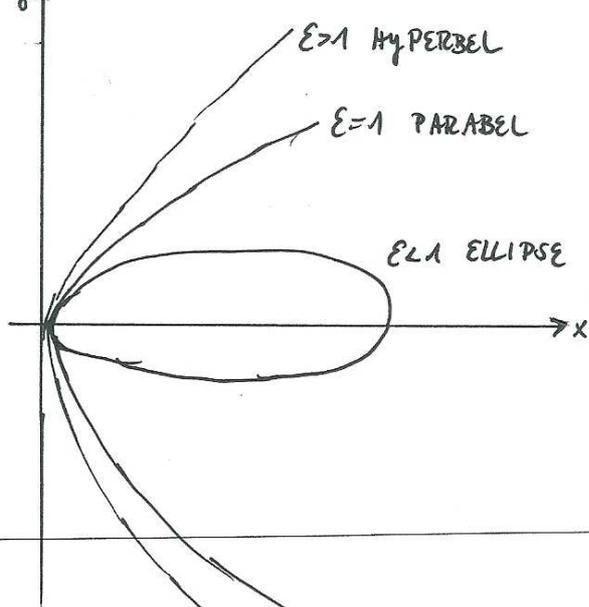
$y^2 = 2px - (1 - \varepsilon^2) \cdot x^2$
 Fläche des Quadrats A_Q \quad Fläche des Rechtecks A_R \rightarrow Ellipse
 $y^2 < 2px$

4) $\varepsilon > 1$

$y^2 = 2px + (\varepsilon^2 - 1) \cdot x^2$

$y^2 > 2px$

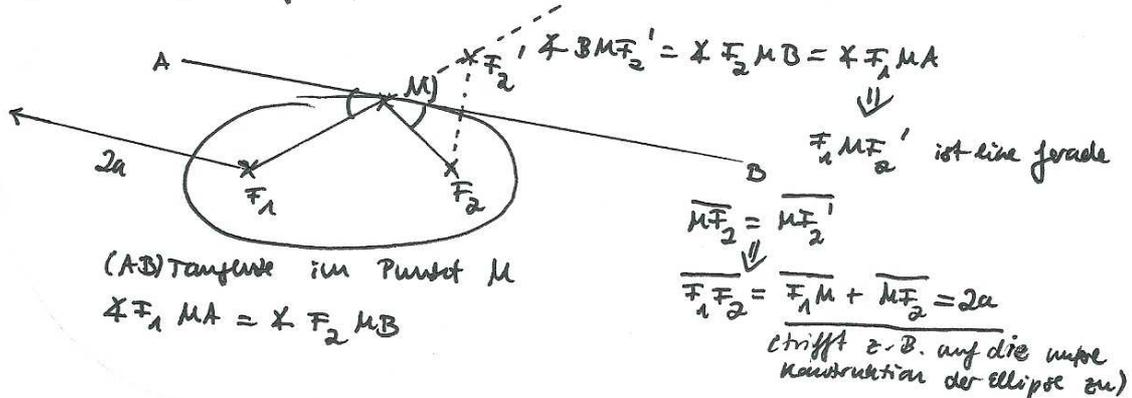
Darstellung der Kegelschnitte in einem Koordinatensystem:



Datum: 29.06.15 (Nachmittag)

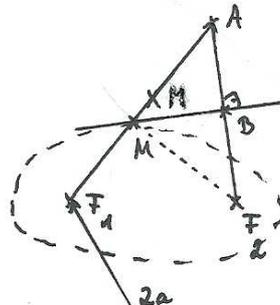
Chronist: Uamer-Maria Mena, 5a(LfH)

Optische Eigenschaft der Ellipse:



Wenn M sich auf der Ellipse bewegt, entsteht eine Kreislinie mit dem konstanten Abstand 2a zum Brennpunkt F_1 .

gegeben:

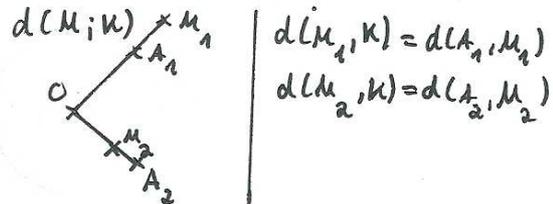


Leitkreis der Ellipse

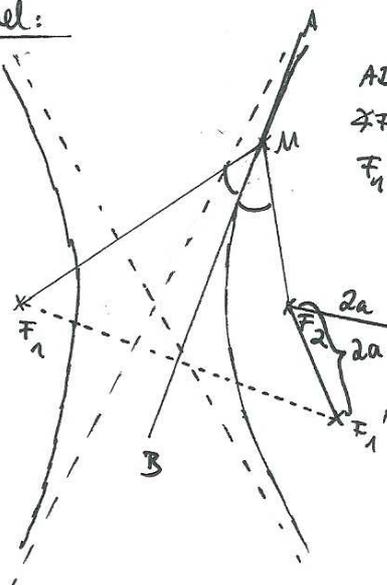
Aufgabe:

Konstruiere alle Punkte M der Ebene, welche den gleichen Abstand sowohl vom Kreis als auch vom Punkt F_2 besitzen.

Was ist der Abstand eines Punktes M von einem Kreis K ?



Hyperbel:

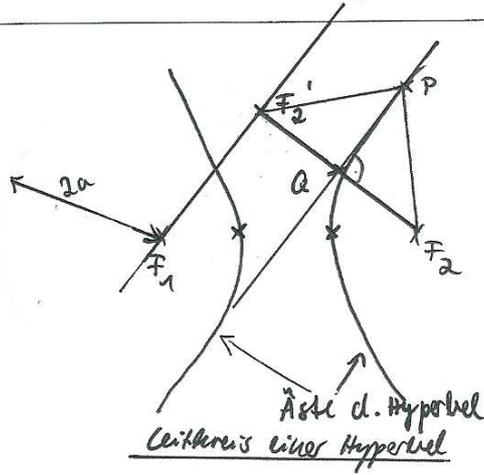


AB-Tangente $M \in K_H$
 $\angle F_1 M B = \angle F_2 M B$
 $F_1' F M$ liegen auf einer Geraden

$\overline{F_1 M} = \overline{F_1' M}$
 $\overline{F_1 M} - \overline{F_2 M} = \overline{F_1' M} - \overline{F_2 M} = \overline{F_1' F_2} = 2a$

Datum: 29.06.15 (Nachmittag)

Chronist: Luana-Júlia Maria, SA (LJH)



Definition/ Hyperbel:

Eine Hyperbel ist der geometrische Ort aller Punkte, welche von einem Kreis und einem Punkt außerhalb des Kreises den selben Abstand besitzen.

(Ein Kreis (Leitkreis) und ein Punkt erzeugen die ganze Hyperbel)

Leitkreis einer Hyperbel
Äste d. Hyperbel

PQ ist \perp auf $\overline{F_2'F_2}$;
 $F_1F_2 \parallel PQ \rightarrow$ kein Schnittpunkt

Der Spiegelpunkt eines Brennpunkts an einer Hyperbel-Äste liegt auf einem Kreis um den anderen Brennpunkt mit dem Radius $2a$.

- anschließend : Ergebnispräsentationen zur Arbeit mit dem Programm SURFER (Mathematisches Institut Oberwolfach)
(z.B. wurden folgende Objekte kreiert:
- Druhl Logo
- Schiffsschraube
- Zahn
- Clown
- Schachfigur
etc.)

Datum: 29.06.2015 [28.06.2015]

Chronist: Pia Döring

Nachtrag 28.06.2015

Nun, es war Sonntag und wir erhoben uns, für manche viel zu früh, aus unseren Betten, um die letzten Dinge zu packen vor dem Aufbruch. Das Gepäck haben wir schließlich gegen 09:15 abgegeben. Wir hatten vor dem Aufbruch noch mal einige Stunden Mathe, erst zum Thema Kegelschnitte, und dann abschließend die Arbeit mit dem Programm SURFER.

Wir mussten uns Lunchpakete zubereiten, um 13:15 liefen wir zum Bahnhof. Es war im Übrigen überraschend heiß.

Aber niemand bekam einen Hitzeschock, dies sei an der Stelle vermerkt.

Der Zug kam pünktlich, wir schafften es auch alle, einzusteigen.

Falls jemand es nicht geschafft hat, ist dies unbemerkt bis jetzt geblieben. Wir fuhren dann Zug bis Stuttgart. Es dauerte nicht besonders lang. In Stuttgart stiegen wir aus dem Zug und setzten

uns in einen anderen, der noch recht lange am Gleis herumstand.

Mit diesem Zug fuhren wir alle nach Karlsruhe. In Karlsruhe stiegen wir also noch mal um. Dann fuhren wir nach St. Georgen.

Die Landschaft war schön anzusehen (vorausgesetzt, man mag Wald.)

In St. Georgen holte uns ein Bus ab, der uns nach einigen Kilometern irgendwo recht nah am nirgendwo aussetzte, von wo aus wir zu unserer

Unterkunft liefen. Dann belegten wir nach Verlesung der Hausregeln durch Dr. Gjanian das Haus und - das folgt daraus - die Zimmer.

Und aßen zu Abend. Und spielten vor dem Haus. Und gingen schlafen. Und wachten am nächsten Tag wieder auf, zum Glück.

Datum: 29.06. 2015

Chronist: Richard Wohlbold

Am Montag standen wir um 8:00 Uhr auf und aßen Frühstück. Danach begannen wir direkt mit Mathematik, indem wir die Frage des Begriffes "Kegelschnitt" klärten und neue Definitionen mit einer Leitgerade für dies erarbeiteten. Schon bald gab es Essen und eine Mittagspause. Nach dieser Erholungsphase, in der sich die meisten sportlich betätigten, folgte eine weitere Matheeinheit. Hier vereinigten wir die Eigenschaften aller 3 Kegelschnitte, indem wir sie einheitlich definierten und alle zusammen in ein Koordinatensystem einzeichneten. Nach einem entspannten Abendessen spielten wir Fußball oder machten ein Lagerfeuer. Später spielten noch einige Leute Räuber & Gendarm, sodass wir alle müde ins Bett gingen.

Datum: 30.06.2015

Chronist: Yanis Bera

Dienstag, 30.06.2015

Nach dem gestrigen Theorie-Block erleben wir heute die praktische Seite der Mathematik. Vom Vormittag im MiMa (Mineral-Mathematik-Museum) werde ich, Yanis, euch berichten. Den Nachmittag im Forschungsinstitut Oberwolfach übernimmt Valentin und ab dem früheren Abend mit der Rodelbahn ist Finn zuständig.

Vormittag: MiMa-Museum

Das besondere am MiMa ist, dass es Mineralien mit Mathematik, d. h. Praxis mit Theorie vereint. Obwohl es bei der Gründung vor 25 Jahren ein reines Mineralien-Museum, entwickelte es im Jahre 2008 anlässlich des Jahres der Mathematik eine mathematische Sonderausstellung. Diese war so erfolgreich, dass sie zur Dauerausstellung und das Mineralien-Museum zum MiMa wurde.

Die Schnittstellen zwischen Mineralien und Mathematik-Regelmässigkeit und Geometrie - brachte das Museum immer wieder schön zur Geltung. So waren zum Beispiel neben Modellen der platonischen Körper Mineralien zu sehen, deren Kristallisationsformen aus den jeweiligen platonischen Körpern aufgebaut sind.

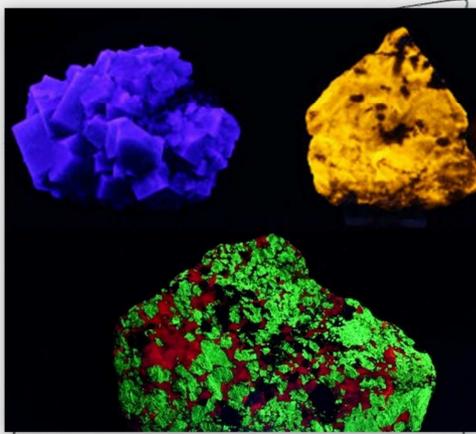
Seitennummer: 29

Datum: 30.06.2015

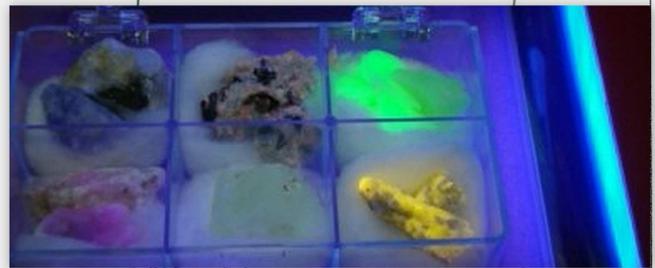
Chronist: Yanis Bena

Das MiMa besitzt die grösste Mineralien-Sammlung im Schwarzwald-Gebiet, viele Exponate stammen aus der Region und z. T. wurden sogar bisher unbekannte Mineralien entdeckt.

Beeindruckend fand ich auch das UV-Kabinett, in dem man das Phänomen Fluoreszenz beobachten konnte. Fluoreszenz absorbiert UV-Licht und wandelt es in eine andere Frequenz um. So leuchten gewisse fluoreszenzhaltige Mineralien im UV-Licht an einigen Stellen in mineralspezifischen Farben.



drei Mineralien in der UV-Kammer



diverse Mineralien in der UV-Kammer und UV-Lampen (rechts am Rand)

Des Weiteren sahen wir viele verschiedene, teilweise auch sehr seltene, Mineralien, von denen viele in der Clara-Grube in der Nähe gefunden wurden. Hierzu wurde auch ein sehr anschauliches Modell ausgestellt:

Seitennummer: 30

Datum: 30.06.2015

Chronist: Yanis Beqa



Im oberen Teil erkennt man das Relief der Clara-Grube und im unteren Teil die komplexen Tunnelstrukturen im Untergrund.



Viele, teilweise regionale, Mineralien

Noch besser gefallen haben mir die mathematischen Simulationsprogramme darunter auch das Programm „SURFER“ vom Forschungsinstitut Oberwolfach, mit dem wir uns in den letzten Tagen ausführlich beschäftigt haben.

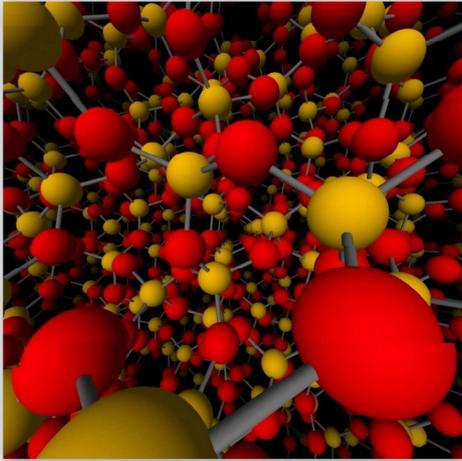
Das Programm, das mich am meisten faszinierte hiess „Cinderella“. Damit konnten wir alltägliche, praxisrelevante Strukturen mithilfe von theoretischer Mathematik simulieren und visualisieren – von der zweiten bis in die vierte Dimension in normalen, verzerrten, verdrehten oder positiv bzw. negativ gekrümmten

Seitennummer: 31

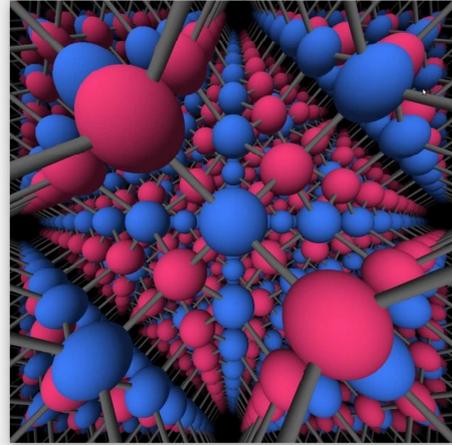
Datum: 30.06.2015

Chronist: Yanis Beng

Räumen, teilweise sogar mit 3D-Brillen: Moleköl



Struktur von Quarz im festen Zustand. Gelbe Kugeln stehen für Schwefel-Atome, rote für Sauerstoff-Atome.



Körper aus Polyedern in einem negativ gekrümmten dreidimensionalen Raum (im normalen würden Lücken zwischen den Polyedern entstehen)

Auch wurden Simulationen für Spiegelungen, 4D-platonische Körper, Elementarteilchenladungen und viele andere spannende Prinzipien ausgestellt. Einige davon sind auf den Homepages von „imaginary“ und vom „M:Ma“ bzw. des „Forschungsinstitutes Oberwolfach“ zum kostenlosen Download verfügbar. Einmal vorbeischaun lohnt sich sicher!

Seitennummer: 31,05

Datum: 30.06.2015

Chronist: Yaris Bena

Und das Beste war, dass wir unseren Führer den ganzen Tag mit Fragen bombardieren durften, auf die allermeisten wusste er eine gute Antwort, wenn nicht sogar zwei.

Zu Mittag assen wir in einem Restaurant, der Fisch war sehr lecker und die Nudeln ebenfalls.

Nun übergebe ich das Wort ... ääh, ich meine den Stift 😊 an Valentin.

Vielen Dank fürs Lesen! Hoffe euch hat's gefallen!

Yaris Bena, 30.06.2015

19:30 - 21:15 (so langsam werde ich schneller, Übung macht den Meister 😊)*

* wobei es vielleicht auch etwas damit zu tun hat, dass ich diesmal genug Blätter und somit genug Platz habe 😊

Seitennummer: 32

Datum: 30.6.15

Chronist: Valentin Imbach

Nachdem wir das Mittagessen beendet hatten, stiegen wir wieder in den Bus und fuhren zum Mathematisches Institut Oberrufach. Dort wurden wir von Professor Klaus umhergeführt. Wir besichtigten die Bibliothek, den Musikraum, das Zeitschriftenzimmer. Schlussendlich konnten wir noch unsere Arbeiten mit dem Programm "Surfer" präsentieren.

Die nächste halbe Stunde verbrachten wir damit, aufmerksam Prof. Klaus zuzuhören, während dieser uns die Formel für sein Möbius-Band im selben Programm ^{zeigte}. Des öfteren wurden seine Fehler von Frau Lomonosova oder Herrn Oganian korrigiert.

Danach erklärte er uns, wie er mit einer ähnlichen Methode wie beim Möbius-Band, seinen eigenen und nun berühmten - berühmtesten Kleeblattknoten.

Seitennummer: 32 $\frac{1}{2}$

Datum: 02.07.2015

Chronist: Yanis Bena

Nachtrag zum Tzischtig 30.06.2015

Da noch e chline Nachtrag zu unsem Bricht.
De Valentin und ich hei no wöue amerkā, dass es
sich um eh „drü Länder Ustausch“ handelt, d. h.
mir wöi d Trilingualität Betonā.

Au wämmer dadāmit v. a. anderi Schwiizer
erunterā ah dā Summārcakademie teilzrah. Lohnā
wird's sich sichār.

D Fahrt (Zug) uside nördlichā Schwiiz as LGH
duuret öpe 5 Stundā, was abār anderi us
Düütschland au händ. „De Wäg isch zwüif“ gilt
aso nöd als Ustrehd.

Und di Düütsche werded „Chuchichäschli, Chrim-
chrams und Chrüsimüsi“ sicher luschtig findā 😊*
Aso hoffāmer ich han eu chönne überzüügeh!

Yanis Bena, 02.07.2015.

* genauso luschtig händ mir di ukrainischā Namā
gfundā. Es churzes Bispjel: „Бахчеджіоглу“, im
latiinischā Alphabet „Bahchedjioglou“ sött mār „Bachtschi-
djoglou“ usspräche. Ich han dā Namā ette e Wuchā güebt
usspräche und chas ette einigärmassā.

Seitennummer: 32 ³/₄

Datum: 01.07.2015

Chronist: Olivia, Pia

Das Küchenteam (in diesem Fall Olivia, Pia und Frau Lomonosova) werden nun im Folgenden das ERSTE und EINZIGE Mal das streng geheime geheime Rezept des Mathe-Sommerakademie-Kartoffelsalats niederschreiben.

Man nehme: gekochte, geschälte Kartoffeln, gebrüht gebratene Zwiebeln, Essig, Öl und Gemüsebrühe

und tausche vor der Zubereitung aus:

Essig \longrightarrow einige Päckchen Zitronensaft

Öl \longrightarrow wer braucht denn so was?!

Gemüsebrühe \longrightarrow Chinesische Fertigsuppe (2x)

und füge hinzu:

lauwarmes bis idealerweise heißes Wasser

Pfeffer sehr viel Salz und

Fantasie und gaaaaanz viel LIEBE ♥
(und natürlich die Macht der Mathematik)

1. man macht es zu scharf (zu viel Pfeffer)
2. man lacht (weil das Projekt verloren scheint)
3. man zieht Frau Lomonosova zu Rate, die Anweisung gibt, trotzdem das Gemisch zu den Kartoffeln zu schütten
4. man lacht hysterisch
5. Zwiebeln dazu, umrühren
6. Deckel drauf und an die "Opfer" verteilen.

Seitennummer: 33

Datum: 01.07.15

Chronist: Knut Reindl u. Katharina Socas

~~Der~~ Der heutige erste Programmpunkt ~~wird~~ ist ein Besuch des Technoramas in Winterthur. Um dort hinauf zu kommen, mussten wir erst einmal zwei Stunden mit dem Bus fahren. Diese Zeit vertrieben wir uns mit verschiedenen Spielchen oder ähnlichem. Als wir dann endlich da waren, wurde erst noch ein Gruppenphoto gemacht, bevor wir anfangen durften das Museum ^{zu} besichtigen. Im Technorama gab es viele Experimente zu (fast) allen naturwissenschaftlichen Themenbereichen. Man konnte optische Täuschungen anschauen oder Naturphänomene wie Wasserstrudel oder Tornados selber herstellen. Zusätzlich konnte man auch sehr interessante Vorführungen besuchen, wie zum Beispiel einen über Gase, wo verschiedene Experimente mit Gasen wie Wasserstoff... vorgeführt wurden. Das ist jedoch nur ein sehr kleiner Teil, von dem, was man alles bestaunen konnte. Mit viel neuem Wissen und neuen Erfahrungen fuhren wir um 15⁰⁰ wieder zurück. Dort hatten wir erst noch etwas Freizeit, welche von einigen zum Schach spielen genutzt wurde. Danach grillten wir, es gab Steak, Würstchen, Grillkäse und gegrilltes Gemüse. Nach dem Essen gab es dann noch Eis und Marshmallows. Um halb zehn, spielten dann noch einige Räuber und Gendarme. Als es dann keinen mehr Spaß machte, riefen wir alle zusammen und merkten, dass Pia und Luana fehlten. Wir suchten über 20 min nach ihnen, fanden sie aber nicht. Als wir dann auf unser Zimmer gingen, kam uns Pia entgegen und erzählte uns, dass sie mit Luana vor über 30 min schon ins Haus gegangen sind.

Seitennummer: 34

30. 6. 16

Finn Fafende

Nach dem Besuch im UFO fuhren wir zur Sommerrodelbahn, die da schon reich bevollkett war. Für uns als Gruppe schickten sie sogar Zweireiher Wagen ein. Jeder durfte erst mal zweimal fahren. Danach stärkten wir uns mit einem Eis. Diejenigen, die nicht noch ein drittes mal fahren wollten fuhren mit Beck Lemonasover einkaufen. Auf der Bahn erreichten einige sogar über 50 km/h. Im Ferienhaus aßen wir dann zu Abend und hatten anschließend Freizeit, die die meisten schachspielend verbrachten...

35

Datum: Donnerstag, der 2.07.15

Chronist: Carolin Adams

Vormittag

Nachdem wir unser Gepäck für die Fahrt zum Bahnhof abgegeben wurde, wurden wir auf die verschiedenen Teile des Hauses zum Putzen verteilt. Diese werden nach dem Matheunterricht gesäubert.

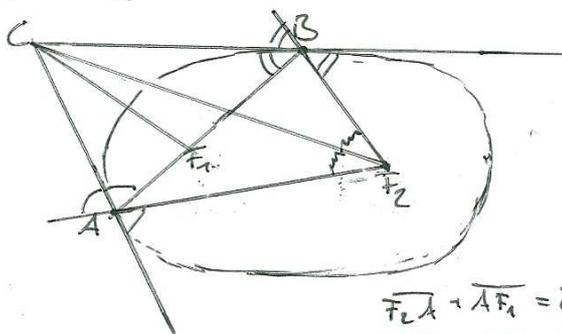
Bevor der Matheunterricht anfing, erzählte Olivia uns von UWC (United World College). Dies ist ein Austausch-Programm für die Oberstufe.

Daraufhin wurden die Dienste noch einmal besprochen, sodass jedem klar wurde was er wann machen sollte und wo die Putzmittel sind.

Mittagessen wurde auf 11:30 geplant; um 12:00 laufen wir los zum Bus, welcher uns um 12:30 zum Bahnhof bringen soll.

Der Mathematik-Unterricht:

(Besprechung einer H4:)

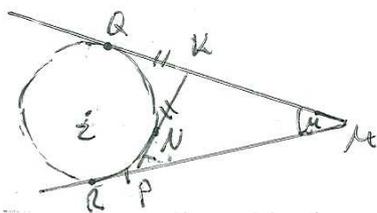


1. $\angle ACF_2 = \angle BCF_2$

2. $CF_2 \perp AB$

$\triangle F_2AB$

$\overline{F_2A} + \overline{AF_2} = 2a$
 $\overline{F_2B} + \overline{BF_2} = 2a$



MZ ist die Winkelhalbierende von $\angle M$

$\overline{MR} = \overline{MP}$; $\overline{MQ} = \overline{MN}$; $\overline{MK} = \overline{MN}$ $\Rightarrow \overline{MP} + \overline{PN} = \overline{MQ} + \overline{QN}$

Dann wurde besprochen, welche Berichte bis wann abgegeben werden sollten. Genauerer steht in der E-Mail, welche Frau Conrosowa allen schicken wird.

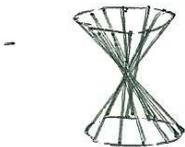
Technorama

Versuche, die mit unserem Thema, Kegelschnitte, zu tun haben:

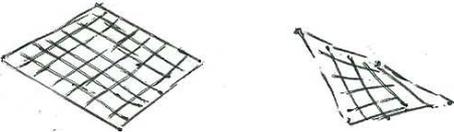
-  Laser



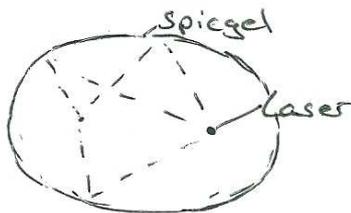
ein Kegel wird durch Laserstrahlen dargestellt, durch das einschneiden einer Platte können die Kegelschnitte gezeigt werden



zwei befestigte Ringe mit Fäden
wenn der obere Ring gedreht wird entsteht ein Doppelkegel

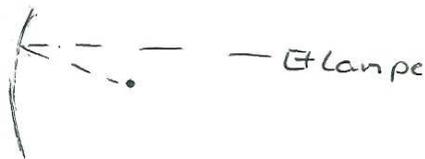


durch Bewegung entstehen Parabeln



Spiegel

Laser



Lampe



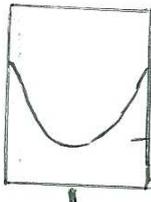
Hyperbelschnitt

gerader Stab

durch die Schiefelage passt der Stab durch den Hyperbelschnitt

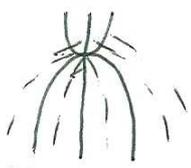
Datum: Donnerstag, der 2.7.15
(Vormittag)

Chronist: Carolin Adams

-  Gefäß
durch drehen des Gefäßs entsteht eine Parabel
Wasser

-  wenn man durch eine Brille schaut, bewegt sich ein Pendel auf einer Ellipse

-  wenn eine Person leise spricht versteht die andere dennoch alles
Ellipsoid

-  $x^2 - y^2 = 2$
achsen senkrecht ein Schnitt zeigt eine Hyperbel

Draußen verteilt wir dann die Teilnahmeurkunden und Frau Lomonosova machte Fotos von den Austausch-Paaren.
 Danach putzten wir

Летопись каждого дня и математика

LGH: 25.06. - 07.07.15

Шестой математический обмен

Дата: 25.06.15

Летописец: Гольдштейн Михайло

Наша группа прибыла в аэропорт Мемингер в 12:10. Нас встретили учителя LGH и повезли нас на автобусах в Шведшиш - Гмюнд. По приезду мы сразу пошли обедать, после чего занесли вещи в наши комнаты. В 16:00 нас собрали и рассказали краткую историю гимназии. После этого мы пошли в город, где нам показали основные достопримечательности города.

Позже мы вернулись в LGH и начали работать с компьютерной программой "Surfer". С помощью нее можно строить конические сечения. Мы прошли обучение, 20 минут поработали самостоятельно и пошли ужинать.

После ужина мы перешли в концертный зал на "Вечер песни". Там украинский бард, Владимир Завгородний, исполнял песни на русском языке и украинском. Все были в восторге.

В конце дня мы разошлись по комнатам, разложили вещи и в половине одиннадцатого легли спать.

Дата: 26.06

Летописец: Гребиниченко Мария

Конические сечения

Эллисом есть геометрическое место точек, таких, что сумма их расстояний до двух фиксированных точек есть константой.

$$M_1F_1 + M_1F_2 = M_2F_1 + M_2F_2 = 2a$$

$$F_1K + F_2K < F_1M_1 + F_2M_1 < F_1P + F_2P$$

$$2a$$

$$KF_2 < KM_3 + M_3F_2$$

$$F_1K + KF_2 < F_1K + KM_3 + M_3F_2$$

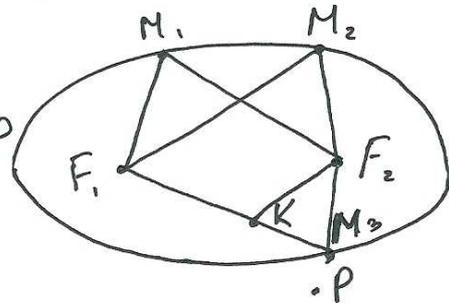
$$F_1K + KF_2 < 2a$$

$$F_1F_2 = 2c$$

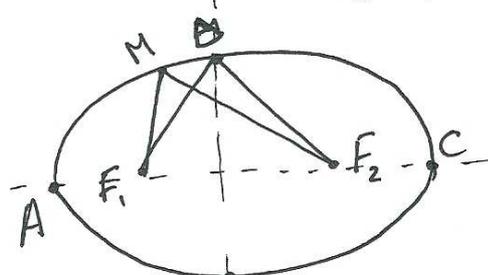
$$MF_1 + MF_2 = 2a$$

$$a > c \geq 0$$

MF_1, MF_2
фокальные радиусы



F_1, F_2 - фокусы;



$$F_1C + CF_2 = 2a$$

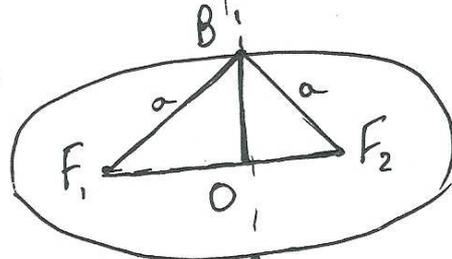
$$F_1C + AF_1 = 2a$$

$AC = 2a$ Большой диаметр

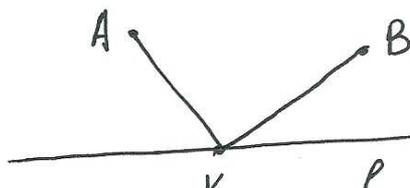
$$BD = 2BO = 2\sqrt{BF_2^2 - OF_2^2} =$$

$$= 2\sqrt{a^2 - c^2}$$

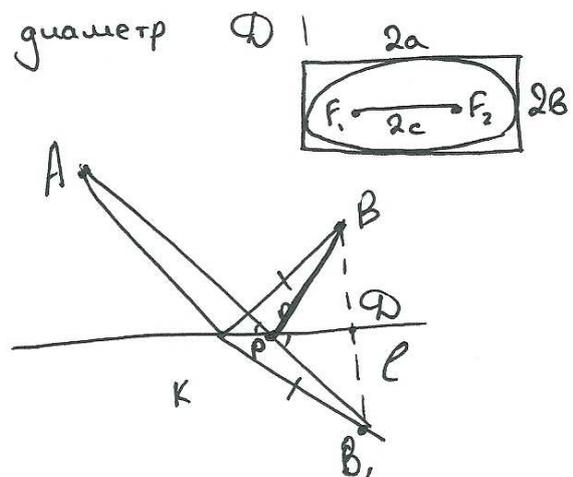
$BD = 2\sqrt{a^2 - c^2}$ Маленький диаметр



$$\sqrt{a^2 - c^2} = b$$



$AK + BK$ - миним.?
 $AK + KB_1 > AP + PB_1$

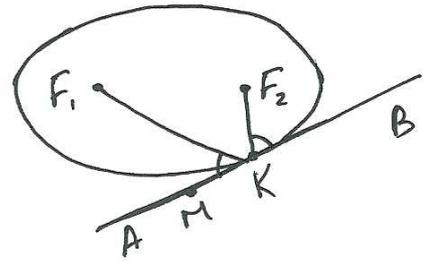
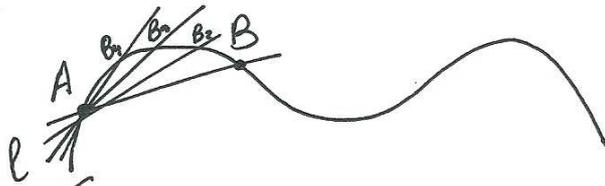


Номер страницы: 2

Дата: 26.06

Летописец: Гребиниченко Мария

Касательные



Теорема

Если AB - касательная к эллипсу в точке K, то:

$$\angle F_1KA = \angle F_2KB$$

Доказательство:

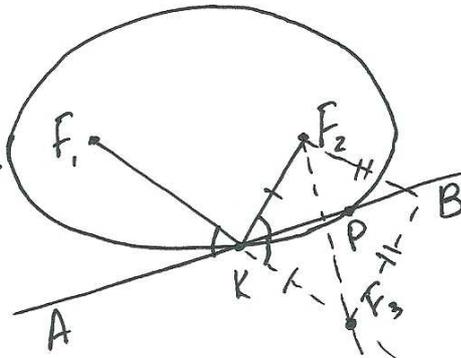
$$F_1M + MF_2 > F_1K + KF_2$$

Допустим AB не касательная.

$$F_1K + KF_3 < F_1P + PF_3$$

$$F_1K + KF_2 < F_1P + PF_2$$

Противоречие \square



Теорема

Если поверхность эллипса будет зеркальной, а один фокус будет источником света, то все лучи отразятся от него и попадут во второй фокус.

Д/з: $\sqrt{1}$

$$1. \angle AF_1C = \angle BF_2C$$

$$2. CF_1 \perp AB$$

$$\sqrt{2} \angle ACF_1 = \angle BCF_2$$

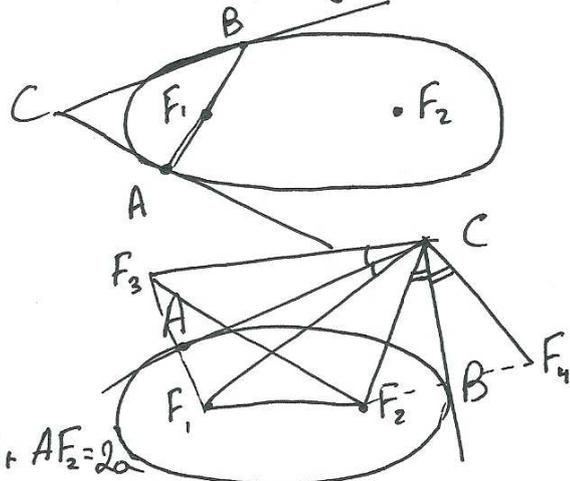
Из $\triangle CF_3F_2$ и $\triangle CF_1F_4$:

$$CF_2 = CF_4 \quad CF_3 = CF_1$$

$$A \in F_2F_3 \quad F_3F_2 = F_3A + AF_2 = F_1A + AF_2 = 2a$$

$$F_1F_4 = F_1B + BF_4 = F_1B + BF_2 = 2a$$

$$\triangle CF_3F_2 = \triangle CF_1F_4 \Rightarrow \angle F_1CA = \angle F_2CB$$



Номер страницы: 3

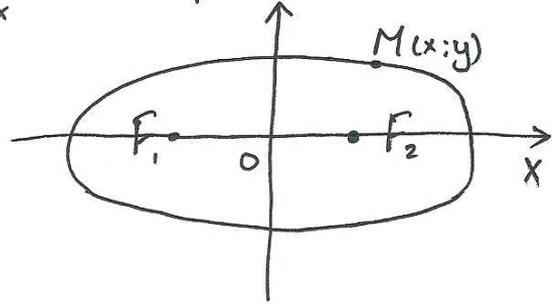
Дата: 26.06

Летописец: Гребиниченко Мария

Уравнение эллипса в Декартовых координатах

$$F_1 F_2 = 2c$$

$$F_1(-c; 0) \quad F_2(c; 0)$$



M принадлежит эллипсу только
когда $MF_1 + MF_2 = 2a$

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a$$

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

$$x^2 + 2xc + c^2 + y^2 = 4a^2 + x^2 - 2xc + c^2 + y^2 - 4a \sqrt{x^2 - 2xc + c^2 + y^2}$$

$$4a \sqrt{x^2 - 2xc + c^2 + y^2} = 4a^2 - 4xc$$

$$ax^2 - 2a^2xc + a^2c^2 + a^2y^2 = a^4 - 2a^2xc + x^2c^2$$

$$(a^2 - c^2)x^2 + a^2y^2 = a^2(a^2 - c^2)$$

$$b = \sqrt{a^2 - c^2} \quad a > b$$

$$b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$$

$$\boxed{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1}$$

Каноническое уравнение эллипса

$$a^2 - xc = \pm a \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

$$\frac{x^2}{a^2} \leq 1 \quad -a \leq x \leq a$$

$$\frac{y^2}{b^2} \leq 1 \quad -b \leq y \leq b$$

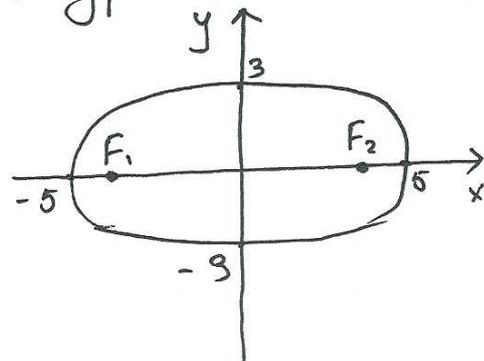
$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$$

$$\boxed{c^2 = a^2 - b^2} \quad F_1(-4; 0) \quad F_2(4; 0)$$

$$\frac{y^2}{b^2} = 1 - \frac{x^2}{a^2} = \frac{a^2 - x^2}{a^2}$$

$$y = \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}$$

$$0 < \frac{b}{a} < 1 \quad \downarrow$$



$$\begin{cases} y = \sqrt{a^2 - x^2} \\ x^2 + y^2 = a^2 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



Номер страницы: 4

Дата: 26.06

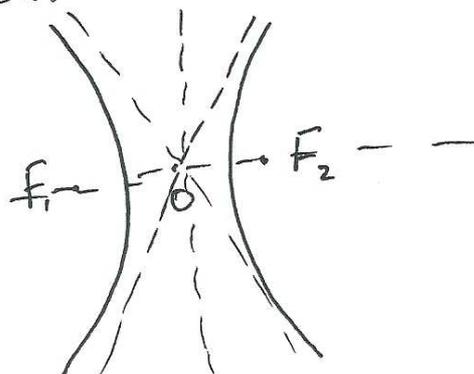
Летописец: Гребиниченко Мария

Гипербола

Гиперболой называется геометрическое место точек, модуль разности от которых до двух фиксированных точек есть константой.

$$|MF_1 - MF_2| = 2a$$

Д/з: сформулировать и доказать утверждения для гиперболы



Номер страницы: 5

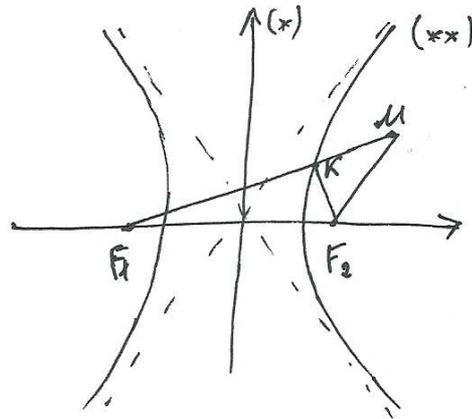
Дата: 27.06

Летописец: Крисан Елена

$$|\overline{F_1 M} - \overline{F_2 M}| = 2a$$

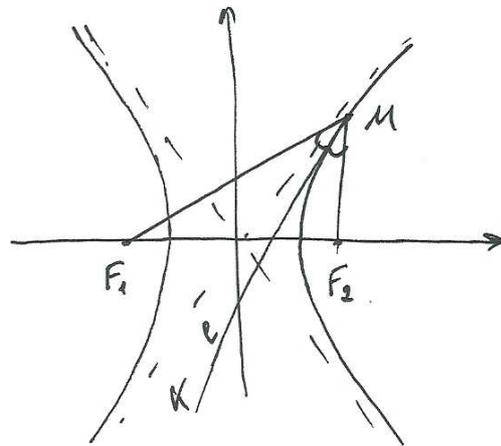
$$(*) |\overline{F_1 M} - \overline{F_2 M}| < 2a$$

$$|\overline{F_1 M} - \overline{F_2 M}| > 2a$$



ℓ -касательная к гиперболе
Теорема (оптическое свойство
гиперболы)

$\angle F_1 M K = \angle F_2 M K$, где
MK - касательная через точку
M к гиперболе.

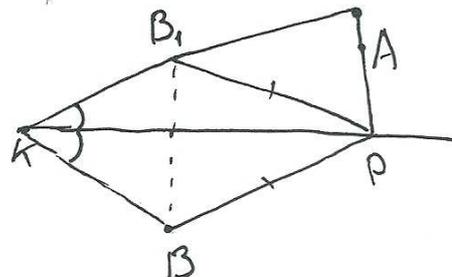


Доказательство:

Лема.

$|\overline{KA} - \overline{KB}|$ - максимальное?

$$|\overline{AP} - \overline{PB}| = |\overline{AP} - \overline{PB}| \leq \overline{AB}$$



■

Все точки касательной лежат между ветками гиперболы \Rightarrow
 \Rightarrow для всех точек следует $|\overline{F_1 K} - \overline{F_2 K}| \leq 2a$, а для
точки M $|\overline{F_1 M} - \overline{F_2 M}| = 2a$.

С доказанной леммой следует, что углы равны.

■

Дата: 27.06

Летописец: Крисан Елена

Доказательство:

$$\overline{MF_1} - \overline{MF_2} = \overline{MF_1} - \overline{MF_3} =$$

$$= \overline{F_1F_3} = 2a$$

$$\overline{PF_1} - \overline{PF_3} = \overline{F_1F_3}$$

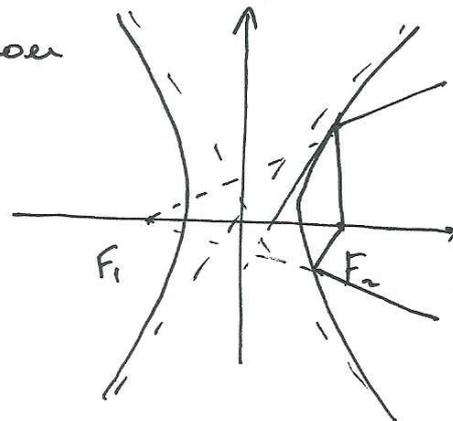
$$\overline{PF_1} = \overline{PF_3} + \overline{F_1F_3}$$

Противоречие (точки P не существует).

▣

Оптическое свойство гиперболы

Поставленный источник света в одном из фокусов отразится следующим образом →

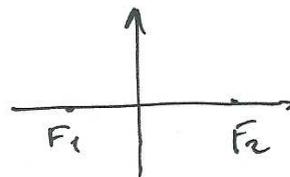


Уравнение гиперболы

$$\overline{F_1F_2} = 2c$$

$$|\overline{F_1M} - \overline{F_2M}| = 2a$$

$$a < c$$



$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} - \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = \pm 2a$$

$$x^2 + 2xc + c^2 + y^2 = x^2 - 2cx + c^2 + y^2 + 4a^2 \pm 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

$$cx = a^2 \pm a\sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

$$\pm a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} = cx - a^2$$

$$a^2x^2 - 2a^2cx + a^2c^2 + a^2y^2 = c^2y^2 - 2a^2cx + a^4$$

Номер страницы: 7

Дата: 27.06

Летописец: Крисан Елена

$$(c^2 - a^2)x^2 - a^2y^2 = a^2(c^2 - a^2)$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

$$b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$$

$$\boxed{\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1}$$

Уравнение гиперболы

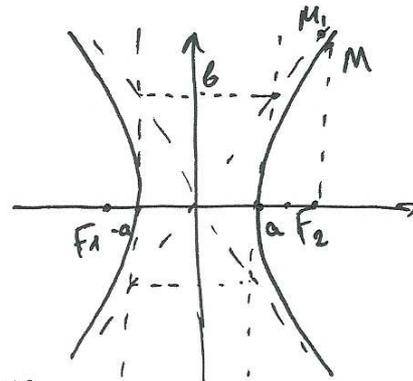
$$\frac{x^2}{a^2} = 1 + \frac{y^2}{b^2} \geq 1$$

$$x^2 \geq a^2$$

$$\begin{cases} x \geq a \\ x \leq -a \end{cases}$$

$$y = 0$$

$$x = \pm a$$



Уравнения прямых (нарисованных на графиках через центр координат) - Асимптота;

$$\frac{x}{a} \pm \frac{y}{b} = 0$$

$$y = \pm \frac{b}{a}x;$$

$$\frac{y^2}{b^2} = \frac{x^2}{a^2} - 1 = \frac{x^2 - a^2}{a^2}$$

$$y = \frac{b}{a} \sqrt{x^2 - a^2}$$

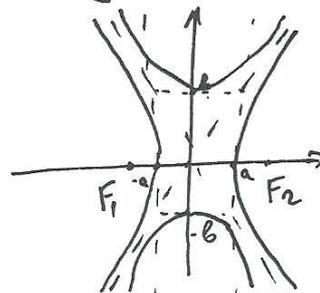
$$M(x; \frac{b}{a} \sqrt{x^2 - a^2})$$

$$M_1(x; \frac{b}{a}x)$$

$$\overline{MM_1} = \frac{b}{a} (x - \sqrt{x^2 - a^2}) = \frac{b}{a} \frac{(x - \sqrt{x^2 - a^2})(x + \sqrt{x^2 - a^2})}{x + \sqrt{x^2 - a^2}} = \frac{b}{a} \frac{x^2 - (x^2 - a^2)}{x + \sqrt{x^2 - a^2}} = \frac{ab}{x + \sqrt{x^2 - a^2}}$$

Если $x = a$, то уравнение асимптот $y = \pm b$;

Сопрежженные гиперболы \rightarrow
* Имеют общие асимптоты



Номер страницы: 8

Дата: 27.06

Летописец: Крисан Елена

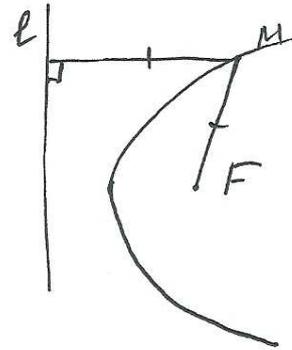
Парабола

Определение:

Параболой называется ГМТ равноудаленных от данной точки и данной прямой.

l - директриса параболы

F - фокус параболы



Теорема (оптическое свойство параболы):

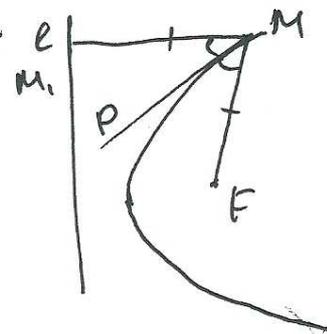
$$\angle M_1MP = \angle FMP$$

Доказательство:

$$\triangle PMM_1 = \triangle FMP$$

$$\overline{PF} = \overline{PM_1}$$

$$\overline{PF} = \overline{PP_1}$$



Противоречие (катет равен гипотенузе)

■

Доказательство:

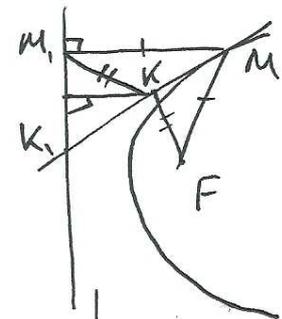
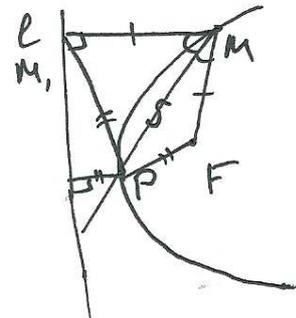
$$\overline{MF} = \overline{MM_1}$$

$$\triangle MM_1K = \triangle FMK$$

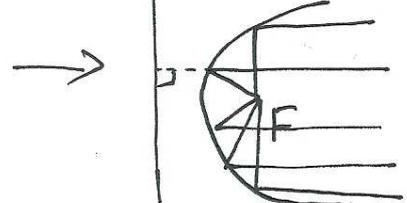
$$\overline{KM_1} = \overline{KF}$$

$$\overline{KK_1} < \overline{KM_1}$$

$$\overline{KK_1} < \overline{KF}$$



Оптическое свойство параболы
поставленный в фокусе источник
света отражается следующим образом



Номер страницы: 9

Дата: 26.06

Летописец: Лагода Анна

Прокнувшись в 6.30 ранку, ми швидко зібрались та пішли на сніданок. Далі нас чекали два заняття з математики, між ними була невелика перерва. Там ми вивчили властивості еліпса та гіперболи. Після цього наша група пішла на урок хімії. В кабінеті було чудове обладнання і ми поставили багато експериментів, а в кімнаті навіть підігрівали кувачки з воднем. Після смачного обіду ми поїхали в парк, де баталюги проходили стугу перешкод на деревах. Також у парку можна було пограти у міні-гольф, поплавати на плотах чи подивитись на місто з високот вежі. Далі ми поїхали назад в інтернат на вечерю, але трохи спізнились. Після їси група пішла у місто, де нам показали виставу в стилі бароко. Спектакль був незрозумілим, так як ми мало знаємо німецьку, але гра акторів і манюшки з піску нам сподобались. Коли ми повернулись в квартиру, було вже 11.20. Після дуже насиченого дня ми швидко заснули.

Номер страницы: 10

Дата: 27.06

Летописец: Кошовий Ілля

Поспідавши о 8 ранку ми усією групою пішли до класу займатися математикою. Після дуже цікавого уроку про гіперболи та параболи у нас була невеличка перерва. Проки повівши в ігальні ми пішли до компютерного класу та ще півтори години працювали з програмою SURFER, що дозволяє будувати графіки у 3-х вимірному просторі.

Після уроків, об 11:20, ми зібрався біля ігальні та пішли на захоплюючу екскурсію до музею Кампуса. Потім, вже подідавши, все група зібралась та наші вчителі повели нас до майстерні середньовічного одягу. Проблем 2х годин неймовірно цікавої розповіді наша група багато дізналась про це чудове та незвичке ремесло.

Коли закінчилась екскурсія, почався вільний час. Більша частина групи пішла до міста. Повернувшись до LGH о 18:30 всі чудово провели час у маштабному барбекю.

О 22:00 всі втоплені але щасливі розійшлися по своїх кімнатах та з чудовим настроєм легли спати.

Цей день пройшов чудово!



Дата: 28.06

Летописец: Черныкова Елизавета

Уравнение параболы (каноническое)

$MP = MF$

$QF = p$

$F(\frac{p}{2}; 0)$

$e: x = -\frac{p}{2}$

$MP = x + \frac{p}{2}$

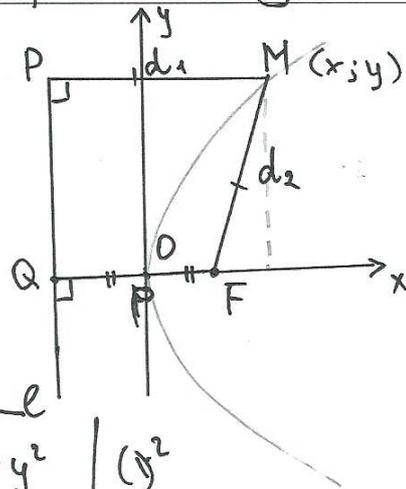
$MF = \sqrt{(x - \frac{p}{2})^2 + y^2}$

$MP = MF$

$\Rightarrow x + \frac{p}{2} = \sqrt{(x - \frac{p}{2})^2 + y^2} \quad | \cdot (x - \frac{p}{2})$

$x^2 + px + \frac{p^2}{4} = x^2 - px + \frac{p^2}{4} + y^2$

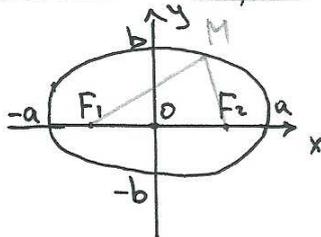
$y^2 = px$



- 1) $M(x; y) \in K_p$
- 2) $M(x; -y) \in K_p$

2) $x \geq 0$

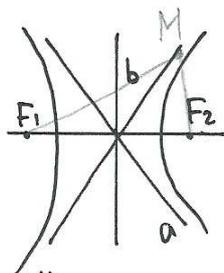
3) $O(0; 0) \in K_p$



$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

Эллипс

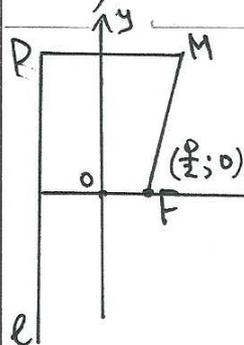
$MF_1 + MF_2 = 2a$



$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

Гипербола

$MF_1 - MF_2 = 2a$



$\frac{MP}{MF} = 1 \quad \frac{MP}{MF} = \epsilon > 0, \epsilon \neq 1$ Что тогда будет?

$\Leftrightarrow MP = \epsilon + MF$

$MP = |x + \frac{p}{2}| = \epsilon \sqrt{(x - \frac{p}{2})^2 + y^2} = \epsilon MF \quad | \cdot (x - \frac{p}{2})$

$x^2 + px + \frac{p^2}{4} = \epsilon^2 (x^2 - px + \frac{p^2}{4} + y^2)$

Дата: 28.06

Легописец: Черныкова Елизавета

$$x^2(1-\varepsilon^2) + p(1+\varepsilon^2)x + (1-\varepsilon^2)\frac{p^2}{4} = \varepsilon^2 y^2 \quad | : \varepsilon^2 \quad \varepsilon \neq 0$$

$$y^2 = \frac{1-\varepsilon^2}{\varepsilon^2} x^2 + \frac{p(1+\varepsilon^2)}{\varepsilon^2} x + \frac{(1-\varepsilon^2)}{\varepsilon^2} \cdot \frac{p^2}{4} =$$

$$= \frac{1-\varepsilon^2}{\varepsilon^2} \left[x^2 + p \frac{1+\varepsilon^2}{1-\varepsilon^2} x + \frac{p^2}{4} \right] = \frac{1-\varepsilon^2}{\varepsilon^2} \left[x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{p(1+\varepsilon^2)}{2(1-\varepsilon^2)} + \frac{p^2(1+\varepsilon^2)^2}{4(1-\varepsilon^2)^2} + \frac{p^2}{4} - \frac{p^2(1+\varepsilon^2)^2}{4(1-\varepsilon^2)^2} \right]$$

$$y^2 = \frac{1-\varepsilon^2}{\varepsilon^2} \left[\left(x + \frac{p(1+\varepsilon^2)}{2(1-\varepsilon^2)} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(1 - \frac{(1+\varepsilon^2)^2}{(1-\varepsilon^2)^2} \right) \right]$$

$$y^2 = \frac{1-\varepsilon^2}{\varepsilon^2} \left(x + \frac{p(1+\varepsilon^2)}{2(1-\varepsilon^2)} \right)^2 + \frac{p^2}{4} \cdot \frac{1-\varepsilon^2}{\varepsilon^2} \cdot \frac{(1-\varepsilon^2)^2 - (1+\varepsilon^2)^2}{(1-\varepsilon^2)^2}$$

$$y^2 = \frac{1-\varepsilon^2}{\varepsilon^2} \left(x + \frac{p(1+\varepsilon^2)}{2(1-\varepsilon^2)} \right)^2 + \frac{p^2}{4} \cdot \frac{1-\varepsilon^2}{\varepsilon^2} \cdot \frac{(-4\varepsilon^2 x)}{(1-\varepsilon^2)^2}$$

$$y^2 = \frac{(1-\varepsilon^2)}{\varepsilon^2} \left(x + \frac{p(1+\varepsilon^2)}{2(1-\varepsilon^2)} \right)^2 - \frac{p^2}{1-\varepsilon^2}$$

$$\frac{(1-\varepsilon^2)}{\varepsilon^2} \left(x + \frac{p(1+\varepsilon^2)}{2(1-\varepsilon^2)} \right)^2 - y^2 = \frac{p^2}{1-\varepsilon^2} \quad | : \frac{p^2}{1-\varepsilon^2}$$

$$\frac{\left(x + \frac{p(1+\varepsilon^2)}{2(1-\varepsilon^2)} \right)^2}{\frac{\varepsilon^2 p^2}{(1-\varepsilon^2)^2}} - \frac{y^2}{\frac{p^2}{1-\varepsilon^2}} = 1 \quad \varepsilon > 0 ; \varepsilon \neq 1$$

1) $0 < \varepsilon < 1$ 2) $\varepsilon > 1$	1) $0 < \varepsilon < 1$ $b^2 = \frac{p^2}{1-\varepsilon^2}$ $a^2 = \frac{\varepsilon^2 p^2}{(1-\varepsilon^2)^2}$	$x_0 = \frac{p(1+\varepsilon^2)}{2(1-\varepsilon^2)} > 0$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;"> $\frac{(x+x_0)^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ </div>
$0 < \varepsilon < 1 \Rightarrow$ Гипербола		
2) $\varepsilon > 1$ $a^2 = \frac{\varepsilon^2 p^2}{(1-\varepsilon^2)^2} \Rightarrow a = \frac{\varepsilon p}{\varepsilon^2 - 1} > 0$ $-b^2 = \frac{p^2}{1-\varepsilon^2} \Rightarrow b = \frac{p}{\sqrt{\varepsilon^2 - 1}} > 0$		
		$-x_0 = \frac{p(1+\varepsilon^2)}{2(1-\varepsilon^2)}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;"> $\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ </div> $\varepsilon > 1 \Rightarrow$ Эллипс

Номер страницы: 15

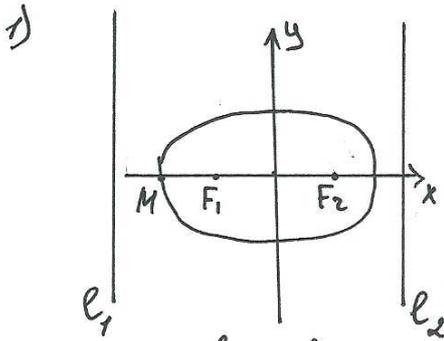
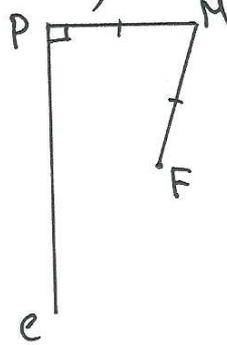
Дата: 28.06

Летописец: Черныкова Елизавета

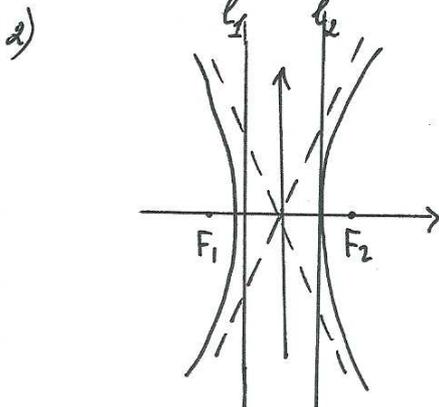
$MP = \epsilon MF$



- 1) $0 < \epsilon < 1$ - Гипербола
- 2) $\epsilon = 1$ - Парабола
- 3) $\epsilon > 1$ - Эллипс



$\epsilon > 1 \Rightarrow MP = \epsilon MF > MF$



$$c^2 = a^2 - b^2 = a^2 = a^2 + (-b^2) = \frac{\epsilon^2 \rho^2}{(1-\epsilon^2)^2} + \frac{\rho^2}{1-\epsilon^2} = \frac{\epsilon^2 \rho^2}{(1-\epsilon^2)^2} + \frac{\rho^2(1-\epsilon^2)}{(1-\epsilon^2)^2} = \frac{\rho^2}{(1-\epsilon^2)^2}$$

$$c = \frac{\rho}{\epsilon^2 - 1}$$

$$\frac{c}{a} = \frac{\frac{\rho}{\epsilon^2 - 1}}{\frac{\rho}{\epsilon}} = \frac{1}{\epsilon} < 1$$

$\frac{1}{\epsilon} = \frac{c}{a}$ Эксцентриситет эллипса
(расстояние между фокусами)
большая ось

2/5

- 1) Связь между экс. и форм. эллипса?
- 2) Экс. равностор. гиперболы?

Дата: 28.06

Летописец: Шур Артем

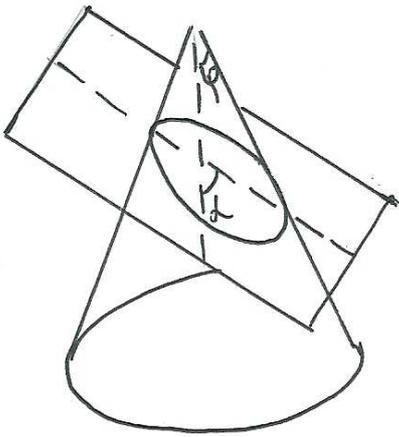
Сьогодні ми прокинулись о 4:30 ранку. Після цього усі зобралися в поїздку. Потім ми віднесли речі в машині. Далі був сніданок на якому була мучова, різноманітна їжа. Після цього в нас була найцікавіша математика в класі, ми вели параболу. Після математики в нас було 45 хвилин програми Surfer на якому, ми готували проект.

На обіді ми робили бутерброди в дорогу. Потім пішли на вокзал. Їхали на поїзді дуже довго. Коли приїхали в гім, всі розселилися і вийшли грати на вулицю. Після вулиці пішли справляти іні і почали готуватися спати.

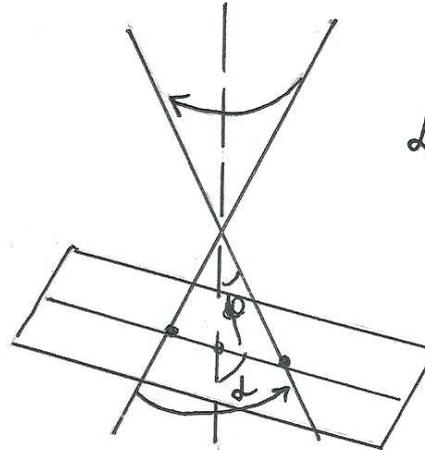
Дата: 29.06

Летописец:

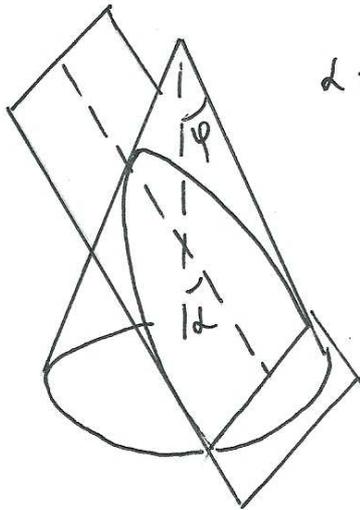
Чернякова Елизавета



1.



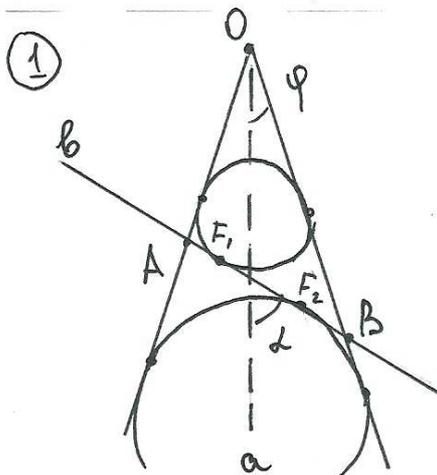
$d > \varphi$



$d = \varphi$

2.

3. $d < \varphi$
(рис. ст. 19)



Кривая E - Эллипс с фокусами в F_1 и F_2

Дата: 29.06

Летописец: Черникова Елизавета

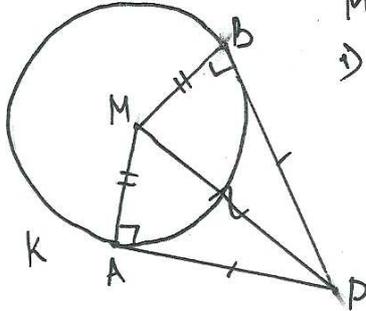
Лема 1.

А и В лежат на окружности К

Доказать $AP = PB$

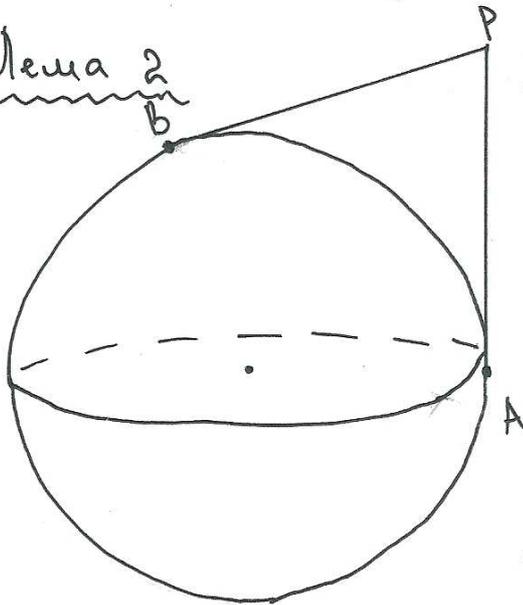
М - центр

1) радиусы в точки кас.



$$\triangle APM \cong \triangle BPM \Rightarrow \begin{aligned} AM &= MB \\ AP &= BP \end{aligned}$$

□

Лема 2Круг K_1 Доказать $PA = PB$

$$APB \cap K_1 = K$$

1) Применим Лему 1 $\Rightarrow PA = PB$ Лемма 1 F_1 и F_2 - точки касания с плоскостью

Оба шара - шары Данделина

 B_1 - произвольная точка

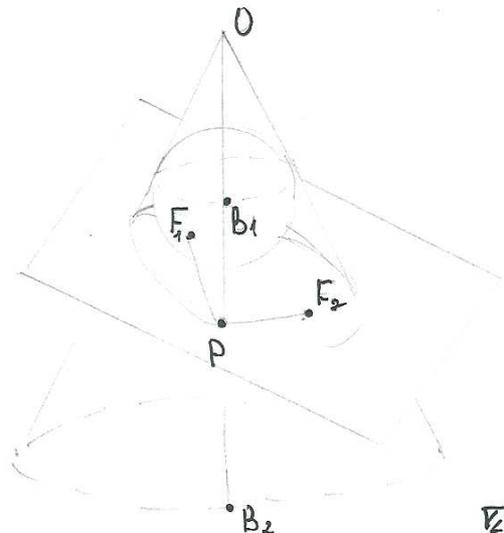
$$B_2 \in OB_1 \cap$$

 PF_1 и PB_1 касательные к кругу \Rightarrow

$$(\text{Лема 1}) \Rightarrow PF_1 = PB_1$$

$$PF_2 = PB_2 \Rightarrow PF_1 + PF_2 = PB_1 + PB_2 =$$

$$= B_1B_2 \Rightarrow \text{кривая } E - \text{эллипс}$$



□

Номер страницы: 17

Дата: 29.06

Летописец: Чернякова Луиза

$$E = \frac{1}{E_1}$$

 l - плоскость сечения

$$B_2 \in \sigma$$

$$PT \perp \sigma \quad PZ \perp l$$

 $PT \parallel$ оси конуса ($\perp \sigma$) \Rightarrow

$$\Rightarrow \angle B_2PT = \varphi$$

$$\angle TPZ = \alpha$$

$$\text{Из } \triangle PB_2T(1) \quad \cos \varphi = \frac{TP}{PB_2} = \frac{TP}{PF_2}$$

$$\text{Из } \triangle TZP(2) \quad \cos \alpha = \frac{TP}{PZ}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Из (1)} \Rightarrow TP = PF_2 \cos \varphi \\ \text{Из (2)} \Rightarrow TP = PZ \cos \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow PF_2 \cos \varphi = PZ \cos \alpha$$

 \Rightarrow эксцентриситет $E = \frac{PF_2}{PZ}$ (расст. до фокуса)
(расст. до директр.)

$$\text{Теорема 2} \quad \frac{PF_2}{PZ} = \frac{\cos \alpha}{\cos \varphi} = \text{const} < 1 \quad \cos \alpha < \cos \varphi$$

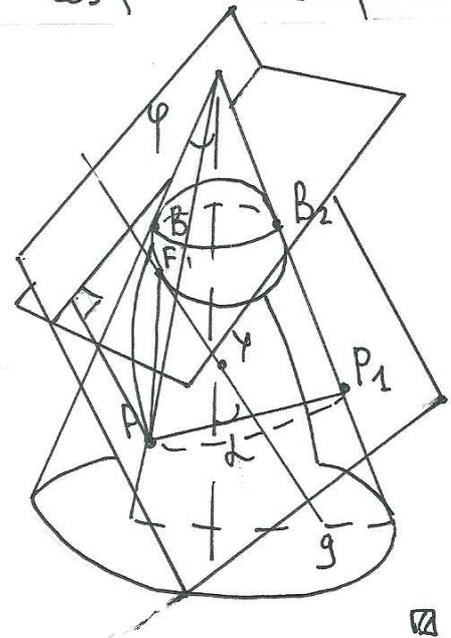
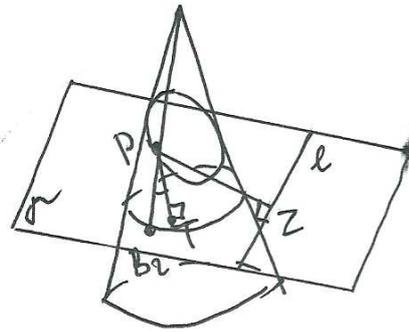
 \Rightarrow Эллипс: $\alpha > \varphi \Rightarrow \cos \alpha < \cos \varphi \Rightarrow E = \frac{\cos \alpha}{\cos \varphi} < 1$ эксцентриситет

$$\textcircled{2} \quad \alpha = \varphi$$

 $Y \in g$ (лежит в нач. плоскости)

$$PB_1 = PF_1 \text{ (Лемма 2)}$$

$$\text{Аналог: } \frac{PF_1}{PZ} = \frac{\cos \alpha}{\cos \varphi} = \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha} = 1 = E$$

 Теорема: P -кривая - Парабола


Номер страницы: 18

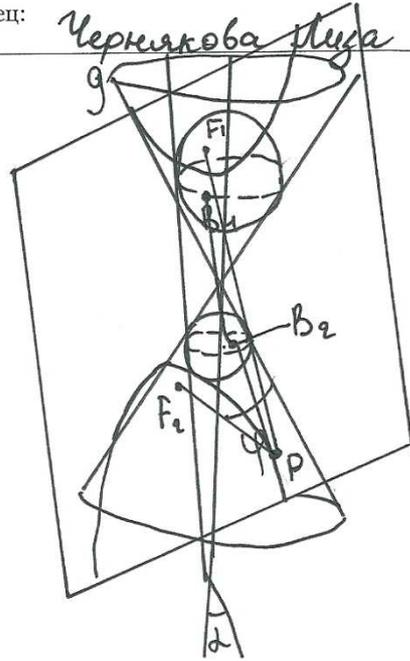
Дата:

29.06

Летописец:

Чернякова Анна

- ③ $\alpha < \varphi$
 g - касательная
 $PF_1 = PB_1$
 $PF_2 = PB_2$
 $B_1 B_2 = \text{const}$
 $|PB_1 - PB_2| = |PF_1 - PF_2|$
 $P \in H$ кривая
 H кривая - Гипербола

 $\beta \Rightarrow$

$$1) \quad \varepsilon = \frac{c}{a} \quad \varepsilon^2 = \frac{c^2}{a^2} = \frac{a^2 + b^2}{a^2} = 1 + \frac{b^2}{a^2} \quad \varepsilon \rightarrow 0 \quad \text{Эллипс} \\ \frac{b}{a} \rightarrow 1 \quad a^2 - c^2 = b^2$$

$$2) \quad \text{Гипербола} \quad \varepsilon = \frac{c}{a}$$

$$\varepsilon^2 = \frac{c^2}{a^2} = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$$

$$\text{Гиперб.} \\ c^2 - a^2 = b^2$$

$$a = b \quad \varepsilon = \sqrt{2}$$

$$3) \quad MB = q = \text{const} \\ AM = p = \text{const}$$

$$x_M = p \sin \alpha$$

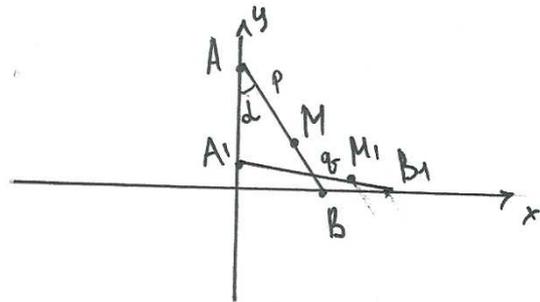
$$y_M = q \cos \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{x_M}{p}$$

$$\cos \alpha = \frac{y_M}{q}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\frac{x^2}{p^2} + \frac{y^2}{q^2} = 1 \quad \text{Поэтому точка } M \text{ всегда будет принадлежать} \\ \text{эллипсу с такой формулой} \quad \frac{x^2}{p^2} + \frac{y^2}{q^2} = 1$$

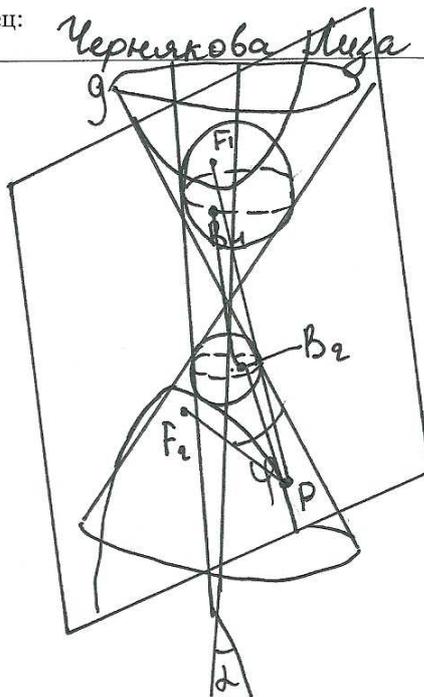


Номер страницы: 19

Дата: 29.06

Летописец: Чернякова Анна

③ $d < \varphi$
 g - касательная
 $PF_1 = PB_1$
 $PF_2 = PB_2$
 $B_1 B_2 = \text{const}$
 $|PB_1 - PB_2| = |PF_1 - PF_2|$
 $P \in H$ кривая
 H кривая - Гипербола



1) $\epsilon = \frac{c}{a}$ $\epsilon^2 = \frac{c^2}{a^2} = \frac{a^2 + b^2}{a^2} = 1 + \frac{b^2}{a^2}$ $\epsilon \rightarrow 0$ Эллипс
 $\frac{b}{a} \rightarrow 1$ $a^2 - c^2 = b^2$

2) Гипербола $\epsilon = \frac{c}{a}$
 $\epsilon^2 = \frac{c^2}{a^2} = \frac{a^2 + b^2}{a^2}$ Гиперб.
 $c^2 - a^2 = b^2$

$a = b$ $\epsilon = \sqrt{2}$

3) $MB = q = \text{const}$
 $AM = p = \text{const}$

$x_M = p \sin d$

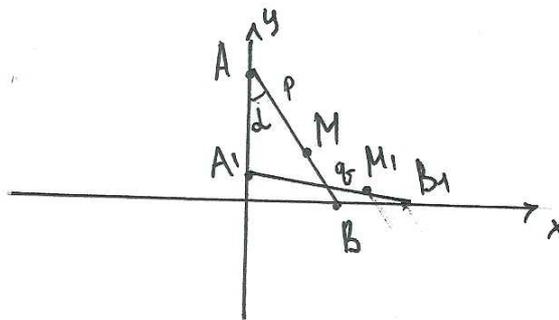
$y_M = q \cos d$

$\sin d = \frac{x_M}{p}$

$\cos d = \frac{y_M}{q}$

$\sin^2 d + \cos^2 d = 1$

$\frac{x^2}{p^2} + \frac{y^2}{q^2} = 1$ Поэтому точка M всегда будет принадлежать эллипсу с такой формулой $\frac{x^2}{p^2} + \frac{y^2}{q^2} = 1$



Дата: 29.06

Летописец: Черникова Луиза

$PF = \varepsilon \cdot PQ \Leftrightarrow \sqrt{(x - \varepsilon q)^2 + y^2} = \varepsilon(x + q)$
 $= \varepsilon(x + q) \mid ()^2$
 $x^2 - 2\varepsilon xq + \varepsilon^2 q^2 + y^2 = \varepsilon^2 x^2 + 2\varepsilon xq + \varepsilon^2 q^2$
 $OF = \varepsilon \cdot OQ_1$
 $y^2 = 2q\varepsilon(1 + \varepsilon)x - (1 - \varepsilon^2) \cdot x^2 : K_\varepsilon$

1) $O(0;0) \in K_\varepsilon \Rightarrow$ Вершинное уравнение кон. сечения

2) $\varepsilon = 1 \quad 2q\varepsilon(1 + \varepsilon) = 2p$ Parabola
 $y^2 = 2px$

$F(q;0)$
 $x = q : y^2 = 2pq$

3) $\varepsilon < 1$ Ellipse
 $y^2 = 2px - (1 - \varepsilon^2) - x^2 > 0$
 $y^2 < 2px$

4) $\varepsilon > 1$ Ellipse Hyperbel
 $y^2 = 2px + (\varepsilon^2 - 1)x^2 > 0$
 $y^2 > 2px$

$\triangle F_1 M A = \triangle F_2 M B$
 $\triangle B M F_2 = \triangle F_2 M B = \triangle F_1 M A \Rightarrow$
 $\Rightarrow F_1 M F_2$
 $M F_2 = M F_2' \Rightarrow F_1 F_2' = F_1 M + F_2 M = 2a$

Дата:

29.06

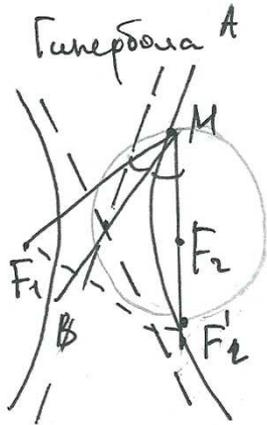
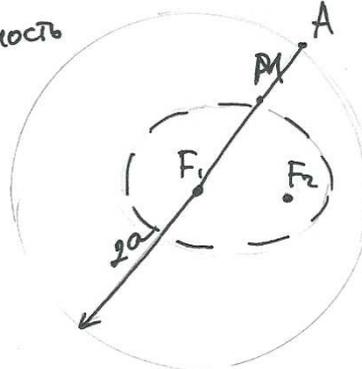
Летописец:

Черникова Луиза

Дано:
точка F_1
 $R = 2a$

Найти все точки M , которые равноотдалены от F_2 и окружности.

Производящая окружность

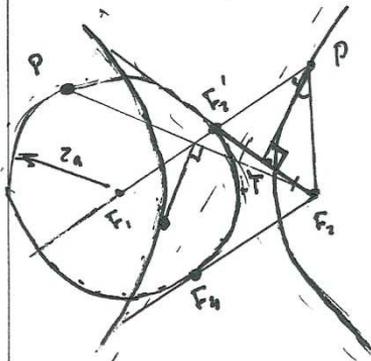


F_2 лежит на продолжении фокального радиуса

$$F_1M = F_2M$$

$$F_1M - F_2M = F_2'M - F_2M = F_2'F_2 = 2a \text{ (радиус)}$$

Катя Антошина



PT - серединный перпендикуляр F_2F_2'

$P \in F_1F_2'$ PT - дотична

Если касательная = $F_2F_2' \Rightarrow PT \perp F_2F_2'$

Правую ветку производит дуга F_2F_2' (которая справа)

Для правой берём расстояние до окружности и сравниваем, для левой еще +ч

Дата: 29.06

Летописец: Мистонад Дмитро

Сьогодні ми прокинулись о 7:30 ранку.
 Цього дня ми багато поїдали. Потім у
 нас був тригонометричний урок математики з
 певними перервами, під час яких ми пога-
 лували вибороти конуси. Після відмінного
 обіду декілька годин у футбол, кімнатно
 проти України, з 15:00 у нас знову
 була математика, попричому свої ми показували
 свої об'ємні фігури, зроблені у Surferi.
 Далі ми повернулися, а потім грали
 у фрісбі, каталися на турелі та
 грали у мандаринів та бананів. Ці
 діти пох лізу, тому були брудні і
 втомлені, але незважаючи на це, всі
 були задоволені. Ось таке прийшло
 цей чудовий день!!!

Дата: 30.06

Летописец: Гумаревич Александр

Сьогодні ми встали в 7:30. В 8:00 ми пішли снідати. Сніданок був дуже смачний. Згодом ми пішли в автобус і через 45 хв. дійшли в музей математики та мінералогії. Після цікавої екскурсії по музею ми пішли в ресторан, де пообідали і трохи відпочили. Після обіду в ресторані ми пішли в Математико-дослідницький інститут. Там нам показали інститут та провели цікаву лекцію по програмі "SURFER". Після лекції ми пішли в Rodelbahn, де добре провели час. Потім, де в 18:30, ми прийшли додому та по вечеряли. До 22:00 в нас був вільний час. Ми поспили і легли спати.

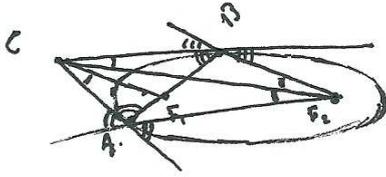
Дата: 01.07

Летописец: Ковальчук Дмитро

Сьогодні ми прокинулися о 6.45 та прийшли на сніданок о 7.15. Швидко та смачно поснідавши, ми зробили бутерброди в дорогу, адже нас очікувала тривала екскурсія в музей Птехнорама, що розташований у Швейцарії, місті Вінтертур. О 8.00 ми вирушили до автобуса, дорога до Птехнорама зайняла приблизно півтори години. Музей виявився дуже цікавим, всім він дуже сподобався. Птехнорама вражає кількістю експонатів, різних математичних головоломок. Хоч дехто з нашої групи вже раніше відвідував цей музей, проте інтерес до його експозиції не згас ні в кого. Провівши в Птехнорамі 4,5 години, наша група повернулася додому. Перед вечером ми мали трохи вільного часу, під час якого кожен мав змогу пограти в різні ігри або трохи перепочити. На вечерю ми приготували м'ясо на грилі. Смачно поверзавши, ми мали перед собою ще трохи вільного часу. Спати пішли ми як потрібно о 22.30, проте заснули звісно набагато пізніше.

Дата: 2.07

Летописец: Антолина Ката



Дов-ти: $\angle ACF_2 = \angle BCF_2$; $CF_1 \perp AB$

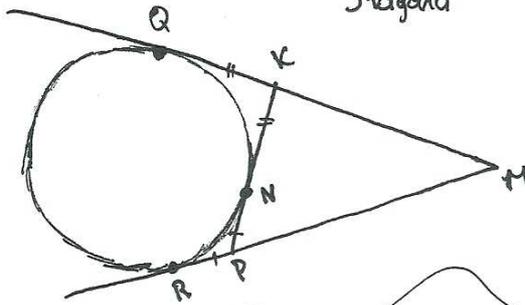
AC - бисектр. \angle кута $\triangle ABF_2$

CB - бисектр. іншого зовн. кута $\triangle ABF_2$

T, C є центром зовнішнього кола $\triangle ABF_2$

1) \square

Згадали



$$\left. \begin{array}{l} PR = PN \\ KQ = KN \\ MR = MQ \end{array} \right\} \Rightarrow MP + PN = MK + KN$$

2) $\left. \begin{array}{l} F_2A + AF_1 = 2a \\ F_2B + BF_1 = 2a \end{array} \right\} \text{ (єдине)} \Rightarrow T, F \text{ є т. дотику зовнішн. кола, і } CF_1 \perp AB$ \square