



für Klassen 7-8



14 Aufgaben

mit Lösungen

Natascha Neckernuß und Alexander Farber

haben die Aufgaben und die Lösungen vorbereitet
sowie weihnachtlich verpackt

Myriam Huber

hat die Aufgaben illustriert

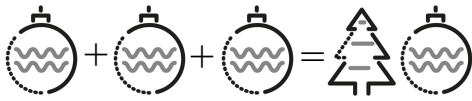
Dr. Olga Lomonosova und Dr. Albert Oganian

haben dabei geholfen

Schuljahr 2021 / 2022



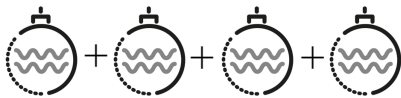
1. Dezember



In dieser Rechnung stehen die Symbole „Weihnachtskugel“ und „Weihnachtsbaum“ für zwei verschiedenen Ziffern. Bestimme, für welche Ziffer die Weihnachtskugel und der Weihnachtsbaum stehen.



Was ergibt die untenstehende Summe der einstelligen Zahlen?



Lösung

Das Ergebnis muss durch 3 teilbar sein, weil 3 gleiche Zahlen addiert wurden. Deswegen kann die linke Seite der Gleichung als Produkt dargestellt werden:

$$3 * \text{Kugel} = \text{Baum} + \text{Kugel}$$

Außerdem muss die letzte Ziffer der Summe mit der Ziffer der einstelligen Summanden gleich sein. Die Summe der drei einstelligen Zahlen „Weihnachtskugel“ müssen zusammen mehr als 10 ergeben, weil das Ergebnis zwei Ziffern hat.

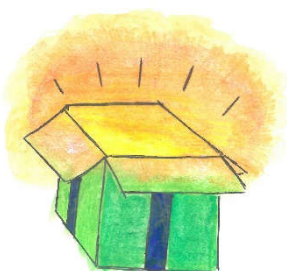
Es gibt also sechs Optionen für „Weihnachtskugel“: 4, 5, 6, 7, 8 und 9.

Probiert man die Rechnung mit diesen Zahlen aus, sieht man, dass 5 die einzige richtige Lösung sein kann, da bei allen anderen Summen an der Einerstelle eine andere Ziffer als die Ziffer der Summanden steht. Berechnet man das Ergebnis der Rechnung, sieht man, dass der Weihnachtsbaum für die Ziffer 1 steht.

Antwort:

Die Kugel und der Weihnachtsbaum stehen für die Ziffer 5 und 1. Der Term ergibt 20.

2. Dezember



Ein Elf, ein Wichtel, der Weihnachtsmann und das Christkind sind befreundet. Einer von ihnen hat 5 Geschenke, zwei von ihnen haben 3 Geschenke und der Vierte hat 6. Sie werden gefragt wer von ihnen 5 Geschenke hat.

Der Elf sagte: «Es ist der Wichtel». Der Wichtel sagte: «Es ist das Christkind».



Der Weihnachtsmann sagte: «Ich bin es nicht». Das Christkind sagte: «Der Elf hat unrecht». Drei von ihnen sagen die Wahrheit, einer hat unrecht. Wer hat 5 Geschenke?

Lösung

Würde der Weihnachtsmann lügen, müsste automatisch auch der Elf und der Wichtel lügen, was nicht geht. Würde der Wichtel lügen, müssten alle anderen ehrlich sein, da das Christkind aber sagt, dass der Elf lügt, würden wieder mehr als eine Person lügen, was wiederum nicht geht. Würde das Christkind lügen, hätte der Elf Recht und es wäre der Wichtel, da der Wichtel aber sagt, dass es das Christkind ist, müsste er auch lügen. Deshalb ist es nur möglich, dass der Elf lügt und somit das Christkind 5 Geschenke hat.

3. Dezember

Der Weihnachtsmann hat noch 9 Geschenke in seinem Schlitten. Einige davon sind rot, alle anderen blau. Jedes rote Geschenk wiegt 70 Gramm und jedes blaue Geschenk wiegt 100 Gramm. Alle Geschenke zusammen wiegen 720 Gramm. Wie viele rote Geschenke gibt es?

Lösung

Man zieht von den 720 Gramm so lange 100 Gramm ab, bis man auf eine Zahl kommt, die durch 70 teilbar ist. Aus den Zahlen 620, 520, 420, 320, 220, 120 und 20 ist nur die Zahl 420 durch 70 teilbar. Teilt man 420 durch 70, kommt man auf das Ergebnis 6.



4. Dezember

Weil der Hase, der Bär und der Wolf dachten, sie seien die schlauesten Tiere des Waldes, stellte der Weihnachtsmann ihnen ein Rätsel. Er sagte, er habe drei schwarze und zwei weiße Hüte. Anschließend verband der Weihnachtsmann den Tieren die Augen, setzte jedem einen schwarzen Hut auf und nahm ihnen dann die Augenbinden ab. Nun fragte er: „Könnt ihr mir sagen, welche Farbe euer Hut hat?“ Der Wolf antwortete: „Nein, ich könnte einen Fehler machen.“ Auch der Bär sagte: „Nein, ich könnte einen Fehler machen.“ Der Hase aber antwortete: „Ja, ich habe einen schwarzen Hut auf.“



Wie hat der Hase das herausgefunden?

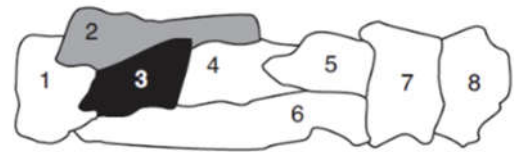


Lösung

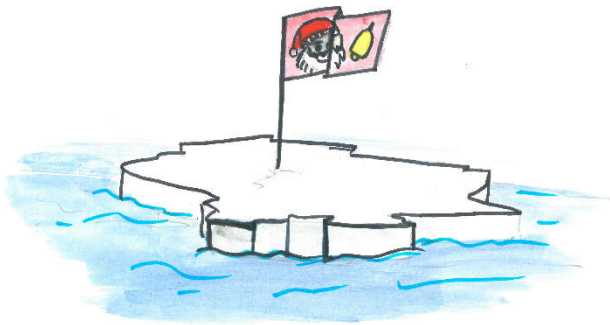
Der Hase überlegt sich: „Hätte ich einen weißen Hut gehabt, dann hätte sich der Bär überlegt: „Hätte ich (Bär) den weißen Hut, dann hätte der Wolf sofort gesagt, dass er den schwarzen hat, da es nur zwei weiße gibt. Da aber der Wolf nicht wusste welche Farbe sein Hut hat, muss ich also den schwarzen Hut haben“. So könnte der Bär überlegen. Da aber der Bär auch nicht wusste, welche Farbe sein Hut hat, kann ich (Hase) nicht den weißen haben“, schließt der Hase seine Überlegungen ab.

5. Dezember

Der Zwerg Lari malt eine Karte vom Nordpol mit drei verschiedenen Farben aus. Zwei Regionen mit einer gemeinsamen Grenze dürfen nicht die gleiche Farbe haben. Welche Regionen werden die gleiche Farbe haben wie Region 7?



Lösung

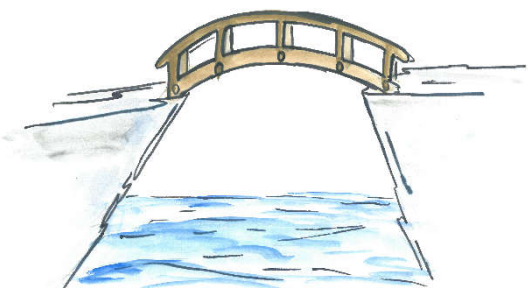


Die Regionen 1 und 4 müssen weiß bleiben, weil sie grau und schwarz berühren. Aus den gleichen Gründen muss 6 grau, 5 schwarz und dementsprechend 7 wieder weiß sein. 8 kann schwarz oder grau sein.

Antwort: die Regionen 1 und 4 haben die gleiche Farbe wie 7.

6. Dezember

Es war einmal eine sehr dunkle sehr kalte und sehr ungemütliche Winternacht. Der Weihnachtsmann, das Christkind, Snegurochka (die Enkelin des Väterchens Frost) und ein Schneemann standen am Ufer eines zugefrorenen Flusses. Sie wollten ihn überqueren, doch das Eis war zu dünn, um darüber laufen zu können. Die einzige Möglichkeit den Fluss zu überqueren, war eine schmale hängende Brücke, auf der höchstens zwei von ihnen gleichzeitig laufen konnten. Da es sehr dunkel war, musste man eine Taschenlampe bei sich haben, um über die Brücke gehen zu können. Allerdings hatten sie nur eine Taschenlampe dabei. Das Christkind konnte die Brücke in 1 Minute, der Weihnachtsmann in 2 Minuten, der Schneemann in 5 Minuten und Snegurochka in 10





Minuten überqueren. Wie und in wie viele Minuten können die vier am schnellsten das andere Ufer erreichen?

Lösung

Die gehen in der folgenden Reihenfolge über die Brücke:

Zuerst das Christkind und der Weihnachtsmann (2 min), dann das Christkind zurück (1 min). Dann Snegurochka und der Schneemann (10 min), dann aber der Weihnachtsmann zurück (2 min) und am Ende wieder das Christkind und der Weihnachtsmann (2 min)

Antwort: 17 Minuten.

7. Dezember

Rudolf, Olaf und Lasse stellen sich zur Wahl als Oberrentier beim Weihnachtsmann, der noch die weiteren 150 wahlberechtigten Rentieren hat. Derjenige mit den meisten Stimmen gewinnt. Die Wahl hat gerade begonnen. Im Moment hat Lasse 27 Stimmen erhalten, Olaf 35 Stimmen und Rudolf 45 Stimmen. Wie viele Stimmen muss Lasse noch erhalten, damit er sicher gewählt wird?



Lösung

Insgesamt wurden bereits 107 Stimmen vergeben, weil $27 + 35 + 45 = 107$. Es stehen also noch 43 Stimmen aus. Olaf fehlen zu Rudolf 10 Stimmen. Würde er diese bekommen, würden noch 33 Stimmen ausstehen.

$$33 : 2 = 16,5.$$

Das bedeutet, dass Rudolf 16,5 Stimmen für einen Gleichstand bräuchte, da er aber gewinnen will und nur ganze Stimmen vergeben werden können, braucht er 17 Stimmen.

8. Dezember



Ein Wichtel hat ein großes, rundes Plätzchen gebacken, dass er eigentlich mit den anderen Wichteln teilen wollte. Mit drei Schnitten schneidet er das Plätzchen aber in 7 ungleiche Stücke. Jetzt möchte er insgesamt so viele Stücke wie möglich haben, dafür aber nur noch einen weiteren geraden Schnitt machen. Wie viele Stücke kann er höchstens haben?





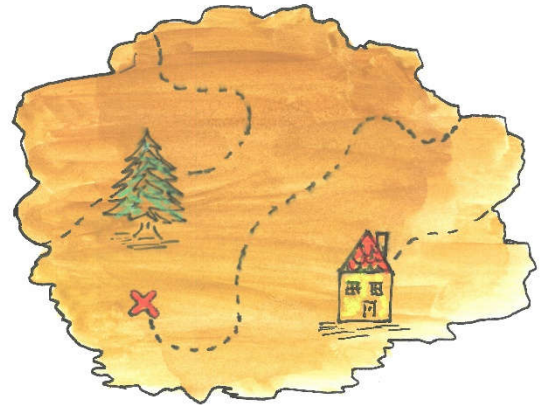
Lösung

11 Stücke, wenn der Schnitt durch möglichst viele (vier) schon vorhandene Stücke geht und alle drei schon vorhandene Schnitte schneidet.



9. Dezember

Am Tag vor Weihnachten geht der Weihnachtsmann von seinem Haus aus los, um sich einen schönen Tannenbaum zu suchen. Dafür geht er etwa 6 Kilometer Richtung Süden. Nachdem er einen schönen Tannenbaum gefunden hat, will er wieder zurück gehen, doch er schlägt erst den falschen Weg ein, weshalb er erst 2 km nach Osten geht. Dort trifft er einen Bären, mit dem er den restlichen Weg von 6 km Richtung Norden geht, bis sie wieder am Haus ankommen sind. Wo liegt das Haus des Weihnachtsmannes und welche Farbe hat das Fell vom Bären?



Lösung

Das Haus des Weihnachtsmannes liegt am Nordpol und das Fell des Bären ist weiß, weil er ein Eisbär ist.

10. Dezember

Das Christkind hat Plätzchen gebacken. Insgesamt sind es mehr als 1 Plätzchen, aber weniger als 200. Das Christkind hat mehrere gleich große Boxen, die es mit den Plätzchen füllen will. Füllt es diese mit je 12 Plätzchen, bleibt eines übrig. Genauso ist das auch, wenn es die Boxen mit je 14 oder 21 Plätzchen füllt, ein Plätzchen bleibt immer übrig.

Wie viele Plätzchen hat das Christkind insgesamt gebacken?



Lösung

Es gilt für die gesuchte Zahl $n = 12x + 1 = 14y + 1 = 21z + 1$, und für den Vorgänger der gesuchten Zahl $12x = 14y = 21z$.

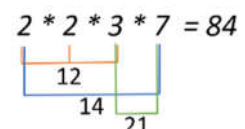
Der Vorgänger der gesuchten Zahl muss sowohl durch 12 als auch durch 14 und 21 teilbar sein.

Die Zerlegung dieser Teiler in Primfaktoren ist

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3; 14 = 2 \cdot 7; 21 = 3 \cdot 7$$

Dementsprechend ist die kleinstmöglicher Vorgänger der gesuchten Zahl

$$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 84 \Rightarrow n = 85$$





Der nächstgrößere Vorgänger der gesuchten Zahl ist

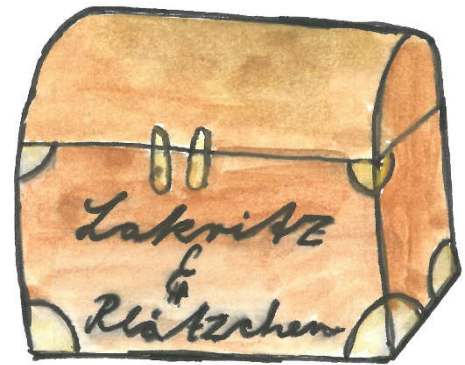
$$2 \cdot 84 = 168 \Rightarrow n = 169$$

Der nächstgrößere Vielfache der Zahl 84 ist $3 \cdot 84 = 252 \Rightarrow N = 253 > 200$

Antwort: das Christkind hat entweder 85 oder 169 Plätzchen gebacken.

11. Dezember

Moritz wird zum Haus des Weihnachtsmannes eingeladen. Dort stehen drei Truhen. Auf einer steht „Plätzchen“, auf der Zweiten „Lakritze“ und auf der Dritten „Plätzen und Lakritze“. Der Weihnachtsmann sagt Moritz, dass es eine Truhe mit Lakritze, eine mit Plätzchen und eine mit beidem gibt, aber dass die Beschriftungen der Truhen vertauscht wurden und dass keine der Beschriftungen mehr stimmt. Er bietet Moritz an, ihm eine Süßigkeit aus einer der Truhen zu geben. Dann kann Moritz sich eine Truhe aussuchen, die er mit nach Hause nimmt. Aus welcher Truhe soll ihm der Weihnachtsmann eine Süßigkeit geben, wenn er keine Lakritze mag?

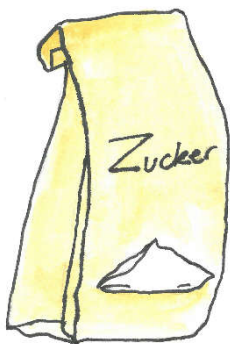


Lösung

Aus der Truhe mit der Beschriftung „Plätzchen und Lakritze“ steht, denn darin können nicht sowohl Plätzen, als auch Lakritze sein. Wenn darin Lakritze ist, weiß Moritz, dass die Plätzchen in der „Lakritze“-Truhe sind. Wenn darin Plätzchen sind, hat er die Truhe mit Plätzchen schon gefunden.

12. Dezember

Der Weihnachtsmann will einen riesigen Stollen für alle seine Helfer backen. Dafür braucht er genau 7 kg Zucker. Er hat aber nur eine Schale, in die 3 kg Zucker passen und die leer ist, eine, in die 5 kg Zucker passen, und die leer ist, und eine, in die 9 kg passen, die bis zum Rand mit Zucker gefüllt ist.



Wie kann der Weihnachtsmann durch Umschütten genau 7 kg abmessen, wenn er keinen Zucker verschütten will und die Schalen keine Skalierung haben?

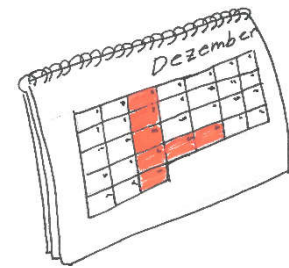
Lösung

Zuerst füllt er die 5kg Schale. In der 9kg Schale sind noch 4kg. Aus der 5 kg Schale füllt er die 3kg Schale. Diese schüttet er dann in die 9kg Schale. 3kg + 4kg sind 7kg



13. Dezember

«Vorgestern war ich erst 12 Jahre alt, aber am Ende dieses Jahres werde ich schon 14 sein!» sagt Max. Wie viele Tage sind es zwischen Weihachten und dem Geburtstag von Max?

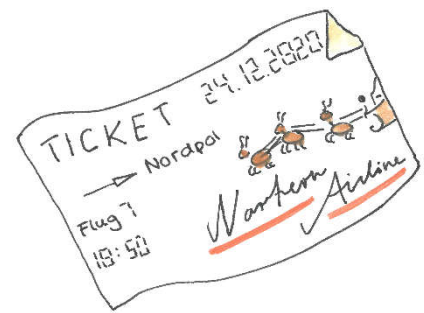


Lösung

Max hat am 31. Dezember Geburtstag und „heute“ ist der 1. Januar, da nur so die Tatsachen, die Max gesagt hat, erfüllt sind. Es sind also 7 Tage es zwischen Weihachten und dem Geburtstag von Max.

14. Dezember

Für 7. Klässler: Maria wurde zum Weihnachtsmann eingeladen. Dafür muss sie aber erst zum Nordpol kommen. Das Flugticket kostet 371 Euro. Ihre ganze Familie legt zusammen. Maria - ihr ganzes Erspartes, ihr kleiner Bruder - $\frac{1}{18}$ davon, ihre Schwester - das 8-fache vom kleinen Bruder und Marias Eltern - $\frac{11}{2}$ von dem, was Maria dazugibt. Damit ist der Betrag genau abgedeckt. Wie viel haben Marias Eltern dazugegeben?



Lösung Klasse 7: Sei x das Ersparnis von Maria. Es ergibt sich folgende Gleichung:

$$x + \frac{1}{18}x + 8 \cdot \frac{1}{18}x + \frac{11}{2}x = 371; 7x = 371 \Rightarrow x = 53 \Rightarrow \frac{11}{2}x = 291,5$$

Antwort: Marias Eltern haben 291,5 € dazugegeben.

Für 8. Klässler:

Maria ist nun am Nordpol. Sie sucht das Haus des Weihnachtsmanns. Er hat ihr folgende Wegbeschreibung gegeben: Vom meinem Haus aus gesehen erscheinen der Baum und der Felsen unter einem Winkel von 90° . Der Abstand meines Hauses vom



Baum ist gleich der Hälfte des Abstandes vom Felsen zum Baum. Wo sollte Maria nach dem Haus suchen?

Lösung Klasse 8

Man kann folgende Konstruktionen durchführen. An den mit „Schatz“ markierten Stellen kann das Haus des Weihnachtsmannes stehen

