



für Klassen 7-8

14 Aufgaben mit Lösungen



Mara Bromberger, Laurin Sartori
und Knut Reindl

Dr. Olga Lomonosova und Dr. Albert Oganian

haben die Aufgaben und Lösungen vorbereitet.

Schuljahr 2016/2017



1. Dezember 2016

Knut Reindl

Wichtel und Rentiere

Auf einem Feld bewachen ein paar Wichtel einige Rentiere. Der Zwerg Alfred ist vorbei gegangen und sah, dass die Gesamtzahl der Beine auf dem Feld 74 beträgt und die Anzahl der Köpfe 22 beträgt. Alfred überlegte, wie viele Rentiere auf dem Feld sind, konnte aber nicht herausfinden. Kannst Du, bitte, Alfred erklären, wie er die Aufgabe lösen kann, aber ohne Gleichungen zu benutzen, weil er diese noch nie gesehen hatte.

Lösung:

Wenn es auf dem Feld nur die Wichtel wären, würde Alfred nur 44 Beine sehen. Er sieht aber 30 Beine mehr, was bedeutet, dass es nicht nur Wichtel da sind, sondern auch 15 Rentiere. Also, Alfred sieht 7 Wichtel und 15 Rentiere auf dem Feld.

2. Dezember 2016

Laurin Sartori

Acht Wichtel

Acht Wichtel wollen gemeinsam um die Wette laufen. Wie viele Rennen müssen sie mindestens veranstalten, damit jeder Wichtel mindestens einmal schneller im Ziel war als jeder andere Wichtel? **Tipp:** Man muss das Rennen nicht gewinnen, um schneller als der Letzte zu sein.

Lösung:

Sie müssen mindestens zwei Rennen veranstalten. Die Reihenfolge, in der die Wichten das Ziel erreichen, muss beim zweiten Rennen genau anders herum als beim ersten Rennen sein. (ABCDEFGH - HGFEDCBA)

3. Dezember 2016

Mara Bromberger

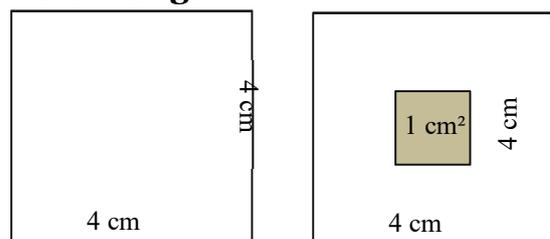
Hildaplätzchen

Tim und Feli backen, wie jedes Jahr, zu Beginn des Advents Hildaplätzchen. Hierbei sticht man ein 0,25 cm dickes Quadrat mit 4 cm Kantenlänge aus, bestreicht diesen nach dem Backen mit Josta-Gelee und legt auf diese Schicht eines der ausgestochenen Quadrate, in welches man ein „Lochquadrat“ mit der Fläche 1 cm² gestochen hat. Dieser Teig des kleinen Quadrates wird wieder zur großen Teigmenge zurückgegeben. Pro Plätzchen braucht man 0,25 cm³ Gelee. Dieses Jahr haben die Kinder 3*200 ml Gläschen Gelee zur Verfügung, welchen sie ganz aufbrauchen wollen. Wie viel Mehl brauchen die Kinder minimal für den Teig?

Rezept der Hildaplätzchen:

300 g Mehl (Dichte 0,5 g/cm³.
Das bedeutet, dass ein Würfel
mit dem Volumen 1 cm³ die Masse 0,5 g hat)
150 g Butter (Dichte 0,9 g/cm³)
125 g Zucker (Dichte 1,6 g/cm³)
1 Ei (Masse 50g) (Dichte 1 g/cm³)

Zeichnung:



Hinweise zur Lösung:

1. Die Plätzchen gehen beim Backen nicht auf.
2. 1 ml = 1 g = 1 cm³



Lösung:

1. Anzahl der Plätzchen anhand den Geleeanzahlen berechnen:
 $3 \cdot 200 \text{ ml} / 0,25 \text{ ml} = 2400 \text{ Stück}$
 2. Benötigtes Volumen des Teiges für ein Plätzchen berechnen:
 1. Schicht: $4 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} \cdot 0,25 \text{ cm} = 4 \text{ cm}^3$
 2. Schicht: $(4 \text{ cm}^3 - 1 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm} \cdot 0,25 \text{ cm}) = 7,75 \text{ cm}^3$
 3. Volumen der Plätzchen insgesamt: $7,75 \text{ cm}^3 \cdot 2400 \text{ Stück} = 18600 \text{ cm}^3$
 4. Volumen des Teiges nach dem Rezept berechnen:
 $V(\text{Teig gesamt}) = V(\text{Mehl}) + V(\text{Butter}) + V(\text{Zucker}) + V(\text{Ei}) =$
 $(300 \text{ g} \cdot 0,5 \text{ g/cm}^3) + (150 \text{ g} \cdot 0,9 \text{ g/cm}^3) + (125 \text{ g} \cdot 1,6 \text{ g/cm}^3) + (50 \text{ g} \cdot 1 \text{ g/cm}^3) =$
 $150 \text{ cm}^3 + 135 \text{ cm}^3 + 200 \text{ cm}^3 + 50 \text{ cm}^3 = 535 \text{ cm}^3$
 5. Wie oft muss der Teig nach dem Rezept gemacht werden: $18600 \text{ cm}^3 : 535 \text{ cm}^3 = 34,766$
 6. Mehlmenge berechnen: $300 \text{ g} \cdot 34,766 = 10429,8 \text{ g} = 10,4298 \text{ kg}$
- Antwort:** Die Kinder brauchen 10,4298 kg Mehl.

4. Dezember 2016

Laurin Sartori

Waldweg Südhaus – Nordhaus

Zwei Rentiere laufen durch einen Wald von einem Haus zum anderen und zurück mit unterschiedlichen, aber konstanten Geschwindigkeiten einen geraden Waldweg entlang. Einer startet vom nördlichen Haus (Nordhaus), der Andere vom südlichen Haus (Südhaus). Sie kommen sich das erste Mal 80 Meter vom nördlichen Haus entfernt entgegen. Die beiden laufen aneinander vorbei, wenden an den Häusern und laufen wieder beide zurück. Sie begegnen sich das zweite Mal 40 Meter vom südlichen Haus entfernt. Wie viele Meter ist der Weg zwischen dem Nordhaus und dem Südhaus lang?

Lösung:

Der Weg ist 200 Meter lang. Bei der ersten Begegnung haben beide Rentiere zusammen einmal die Strecke zurückgelegt. Beim zweiten Treffen ist es zusammengenommen die dreifache Strecke. Folglich vergeht bis zum zweiten Treffen drei Mal so viel Zeit wie bis zur ersten Begegnung. Am ersten Treffpunkt hat das Rentier, das vom nördlichen Ufer losgeschwommen ist 80m zurückgelegt. Beim zweiten Treffen sind es 240m ($3 \cdot 80$). Die 40m vom südlichen Ufer ist er wieder Richtung Flussmitte geschwommen. Die Flussbreite ist folglich $240\text{m} - 40\text{m} = 200\text{m}$.

5. Dezember 2016

Mara Bromberger

Zufällige Kindergeschenke

Unter dem Christbaum liegen 4 Geschenke für die zwei Kinder Tom und Lukas, je zwei für jedes Kind. Dummerweise ist die Beschriftung der Namenskärtchen durch den Schneefall draußen verschwommen, sodass sie nun nicht mehr lesbar sind. Jedes Kind nimmt sich also zufällig 2 Geschenke.

- a) Wie viele Möglichkeiten gibt es insgesamt, zwei Geschenke zufällig zu nehmen?
- b) Wie viele Möglichkeiten gibt es, das jedes Kind seine beiden Geschenke hat?
- c) Wie viele Möglichkeiten gibt es, das kein Kind eines seiner Geschenke hat?
- d) Wie viele Möglichkeiten gibt es, das jedes Kind eines seiner Geschenke hat?



Lösung:

Geschenke für Tom t_1 und t_2 . Geschenke für Lukas l_1 und l_2 .

- a) Es gibt sechs folgenden Möglichkeiten für Tom, zwei Geschenke zufällig zu nehmen.
Lukas wird dann die restlichen Geschenke nehmen.
 t_1 und t_2 ; t_1 und l_1 ; t_1 und l_2 ; t_2 und l_1 ; t_2 und l_2 ; l_1 und l_2
- b) Es gibt eine Möglichkeit, dass jedes Kind seine beiden Geschenke hat.
- c) Es gibt eine Möglichkeit, dass jedes Kind keines von seinen Geschenken hat.
- d) Es gibt vier Möglichkeiten, dass jedes Kind eines seiner Geschenke hat.

6. Dezember 2016

Laurin Sartori

Briefe bei Kerzenschein

Ein Weihnachtswichtel sitzt in der Nacht bei Kerzenschein am Tisch und schreibt drei Weihnachtsbriefe an drei verschiedene Freunde. Er hat gerade die Umschläge fertig adressiert, als ein Luftstoß seine Kerze auspustet. Da er zu faul ist, die Kerze neu anzuzünden, tütet er die Briefe im Dunkeln per Zufall in die drei Umschläge ein. Je Umschlag ein Brief. Kann er zufällig genau 2 richtig eingetütet haben?

Lösung:

Es ist nicht möglich, dass genau zwei von drei Briefen im richtigen Umschlag gelandet sind - der dritte müsste dann auch im richtigen Umschlag gelandet sein.

7. Dezember 2016

Mara Bromberger

Zeiger der Wanduhr

Nach der Bescherung feiern Papa und Onkel Werner noch ausgiebig und feuchtfröhlich weiter. Gegen 3.00 Uhr früh kommen sie auf die Idee den professionellen Bogen, den der kleine Klaus zu Weihnachten bekommen hat, auszuprobieren. Papa schafft es tatsächlich, die Spitze des kleinen Zeigers der Wanduhr zu treffen. Die Uhr ist kaputt und die Pfeilspitze hat beide Zeiger durchbohrt. Um wie viel Uhr war das genau?

Lösung:

Sei t die Anzahl der Minuten, die seit 3 Uhr abgelaufen sind. Dann ist der Minutenzeiger t Striche an der Uhr gelaufen. In dieser Zeit t wird der Uhrzeiger $\frac{t}{12}$ Striche laufen.
Da die beiden sich nach t Minuten nach 3 Uhr treffen, gilt:

$$15 \text{ Striche} + \frac{t}{12} \text{ Striche} = t \text{ Striche}; t = \frac{15 \cdot 12}{11} = \frac{180}{11} = 16 \frac{4}{11}$$

Es war genau 3 Uhr und $16 \frac{4}{11}$ Minuten.

8. Dezember 2016

Laurin Sartori

Wichtel im dunklen Keller

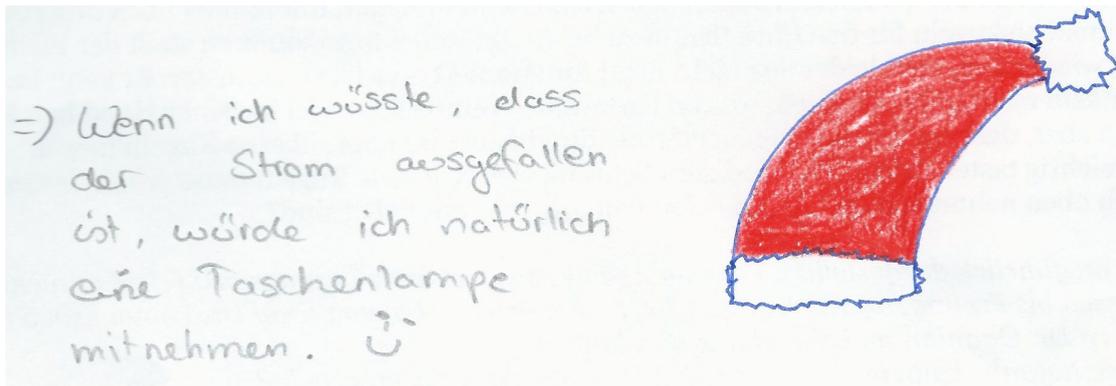
Heute schickt der Weihnachtsmann den Wichtel in den Keller, um schnell noch drei rote Weihnachtskugeln für den Christbaum zu holen. Im Keller angekommen stellt der Wichtel mal



wieder fest, dass leider das Licht nicht funktioniert - es ist stockfinster. Er kann im Dunkeln nicht unterscheiden, welche Farbe eine Weihnachtskugel in seiner Hand hat. Er weiß aber, dass im Schrank genau elf rote, fünf blaue und zwei silberne Kugeln liegen. Vorsichtig tastet sich der Wichtel zum Schrank vor. Wie viele Kugeln muss er mindestens mit nach oben nehmen, damit er auf jeden Fall drei rote mit dabei sind?

Lösung:

Der Wichtel muss 10 Kugeln holen um sicher zu gehen. Wenn er alle blauen Kugeln und alle silbernen Kugeln zufällig holt, müssen mindestens drei roten Kugeln dabei sein.



9. Dezember 2016

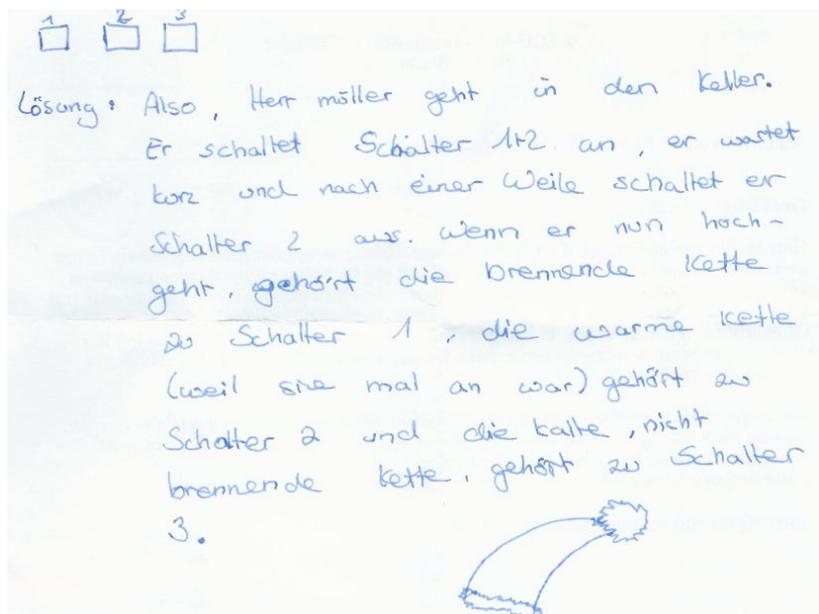
Mara Bromberger

Drei Lichterketten

Herr Müller möchte endlich die Weihnachtsbeleuchtung an seinem Haus anschalten. Er hat drei verschiedene Lichterketten angebracht, die er alle im Keller seines Hauses anschalten kann. Dummerweise hat er vergessen die Ketten zu beschriften, sodass er nicht weiß mit welchem Schalter er welche Kette anschalten kann. Er überlegt und findet eine Methode dies herauszufinden bei der er eine bestimmte Anzahl an Schaltern betätigt und dann mit nur einem Nachbenaufgänger sagen kann, welche Lichterkette zu welchem Schalter gehört. Was für eine Methode ist dies?

Lösung:

Es gibt auch andere Lösungen der Aufgabe, die alle die Wärme der Lampe berücksichtigen.





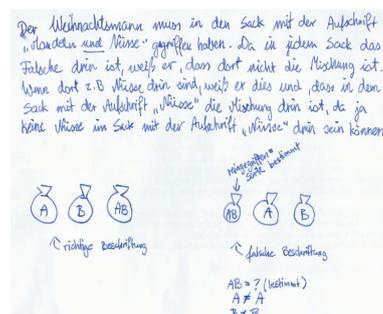
10. Dezember 2016

Laurin Sartori

Mandel und Nüsse

Die Weihnachtswichtel haben sich mal wieder einen Scherz erlaubt: Sie haben in der Weihnachtsbäckerei die Beschriftungen an den Zutaten vertauscht. Nun steht der Weihnachtsmann vor drei Säcken und will wieder für Ordnung sorgen. In einem Sack sind Mandeln, in einem anderen Sack sind Nüsse, und im dritten Sack ist eine Mischung aus Mandeln und Nüssen. Die Wichtel haben die drei Schilder an den Säcken vertauscht, so dass keines mehr an dem richtigen Sack hängt. Der Weihnachtsmann greift, ohne in den Sack hineinzusehen, in einen bestimmten der drei Säcke und holt eine einzelne Frucht heraus. Sofort weiß er mit Sicherheit, welches Schild an welchen Sack gehört.

Welches (falsche) Schild hängt an den Sack, in den der Weihnachtsmann gegriffen hat?



Lösung:

Der Weihnachtsmann muss in den Sack mit der falschen Beschriftung "Mandel und Nüsse" greifen. In diesem Sack kann keine Mischung sein, weil die Beschriftung falsch ist. Holt er eine Mandel heraus, so ist dies in Wahrheit der Mandelsack. Im Sack mit der Beschriftung "Mandeln" sind dann Nüsse.

Holt er hingegen eine Nuss heraus, so ist dies in Wahrheit der Nuss-Sack. Im Sack mit der Beschriftung "Nüsse" sind dann die Mandeln.

11. Dezember 2016

Mara Bromberger

Intergalaktischer Verkehrsweg

Der Weihnachtsmann, das Christkind und der Nikolaus sind gerade auf dem IGW7 (Intergalaktischer Verkehrsweg) unterwegs. Sie alle wollen die Ausfahrt zur Milchstraße 1 als erstes erreichen um den Sternenkindern als erstes die eigenen Geschenke zu geben. Noch ist der Weihnachtsmann vorne, der Nikolaus an zweiter Stelle und das Christkind hinten. Auf dem Weg überholt der Weihnachtsmann vier Mal, das Christkind sechs Mal und der Nikolaus fünf Mal. Wer erreicht als erstes die Abzweigung und überbringt somit auch als erstes die Geschenke?

Lösung:

Die Reihenfolge des Überholens spielt keine Rolle. Wenn jeder zwei Mal überholt, entsteht die ursprüngliche Reihenfolge.

1.	W	W	C	C	N	N	W
2.	N	C	W	N	C	W	N
3.	C	N	N	W	W	C	C

Wenn jeder noch zwei Mal überholt, entsteht wieder die ursprüngliche Reihenfolge. Der Weihnachtsmann wird nicht mehr überholen, das Christkind wird noch zwei Mal überholen und der Nikolaus wird noch einmal überholen:



1.	W	W	C	C
2.	N	C	W	N
3.	C	N	N	W

Antwort: das Christkind erreicht als erstes die Abzweigung und überbringt somit auch als erstes die Geschenke

12. Dezember 2016

Laurin Sartori

Vier Rentiere am Nordpol

Am Nordpol gibt es vier Rentiere. Am Mittag des 2. Januar 2016 verließen sie gleichzeitig den Nordpol. Es ist bekannt, dass das erste Rentier alle vier Wochen zum Nordpol zurückkehrte, das zweite Rentier alle acht Wochen, das dritte alle zwölf Wochen und das vierte alle sechzehn Wochen.

Wann trafen alle Rentiere das erste Mal wieder am Nordpol zusammen?
Löse die Aufgabe rechnerisch ohne einen Kalender zu benutzen!

Lösung:

Das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen 4, 8, 12 und 16 ist 48. Folglich trafen die Schiffe nach 48 Wochen wieder zusammen oder nach 336 Tage. Das Jahr 2016 hat 366 Tage als ein Schaltjahr. Das bedeutet, die Rentiere trafen zusammen 30 Tage vor dem 2. Januar 2017 am 03. Dezember 2016.

13. Dezember 2016

Mara Bromberger

Eine Familientradition

Bei Familie Müller ist es Tradition, dass Ida ihre Geschenke erst bekommt, wenn sie ein einfaches mathematisches Rätsel gelöst hat. Das Rätsel dieses Jahres lautet: Mutter verteilt zwischen ihr und Ida eine bestimmte Anzahl an Schokoladennikoläusen so, dass die beiden gleich viel haben. Wie viele Nikoläuse muss Mutter Ida abgeben, damit Ida zehn Stück mehr hat?

Lösung:

Mutter muss Ida fünf Nikoläuse geben, damit diese 10 Stück mehr hat, denn nun hat die Mutter 5 weniger und Ida fünf mehr, also $5+5=10$.

14. Dezember 2016

Laurin Sartori

Zwei Wichtel spielen

ein Spiel, in dem sie abwechselnd die Zahlen nach den folgenden Regeln nennen. Der 1. Wichtel sagt die Zahl „3“. Der 2. Wichtel sagt die zweite Zahl, usw. Dabei gilt, dass jede Zahl um eins größer ist, als die Hälfte der nächsten Zahl. Wie lautet die fünfte Zahl?

Lösung: die erste Zahl „3“ ist um eins größer, als die Hälfte der zweiten Zahl, deswegen ist vier die 2. Zahl. Die Zahlenreihe lautet 3, 4, 6, 10, 18. Die fünfte Zahl lautet 18.