# 13 Aufgaben mit Lösungen

Erika Ditler
Wolf-Xaver Merkt
Julia Shapiro
Dr. Olga Lomonosova
Dr. Albert Oganian

haben die Aufgaben und Lösungen vorbereitet.

Schuljahr 2009/2010

# 1. Dezember 2009

**Schräg durchgeschnitten**

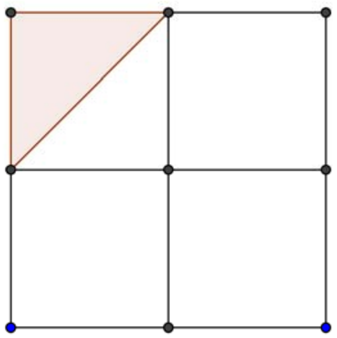


Bild 1

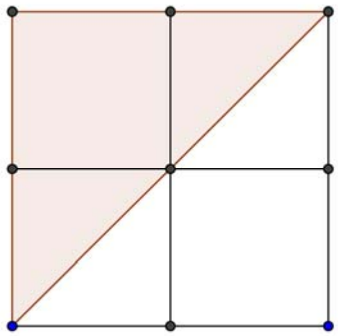


Bild 2

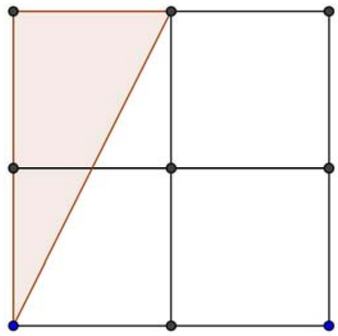


Bild 3

Die drei Bilder zeigen vier aneinander liegende Quadrate, die zusammen wieder ein Quadrat bilden. Jedes der kleinen Quadrate soll eine Seitenlänge von 1 cm haben. Wenn man die großen Quadrate längs der schräg eingezeichneten Linie durchschneidet, entstehen zwei Teilfiguren.

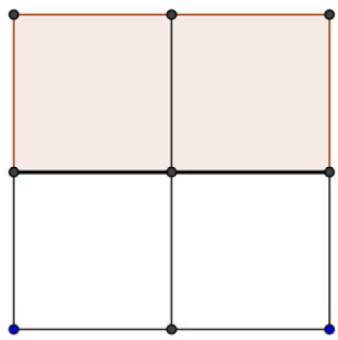
- Wie groß sind diese beiden Teilfiguren? Gib die Größe der Flächenstücke an.
- Gibt es die weiteren Möglichkeiten, das große Quadrat durch einen schrägen Schnitt so zu verteilen, dass er durch Eckpunkte der kleinen Quadrate verläuft?
- Zeichne ein Quadrat, das sich aus 9 Teilquadraten mit einer Seitenlänge von 1 cm zusammensetzt. Welche schrägen Schnitte sind hier möglich? Wie groß sind die Teilfiguren?

## Lösung:

Flächeninhalt von Teilfiguren auf dem

- Bild 1: 0,5 cm² und 3,5 cm²;
- Bild 2: 2 cm² und 2 cm²;
- Bild 3: 1 cm² und 3 cm².

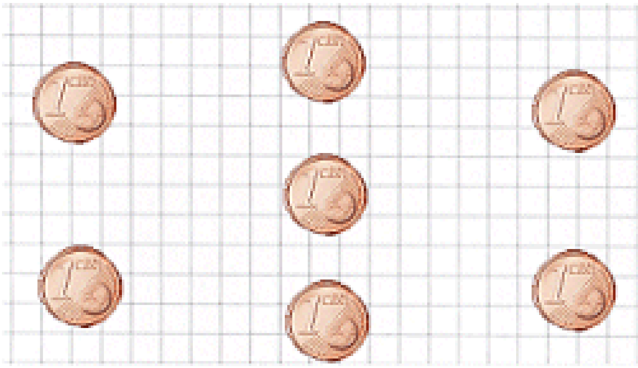
Noch ein schräger Schnitt:



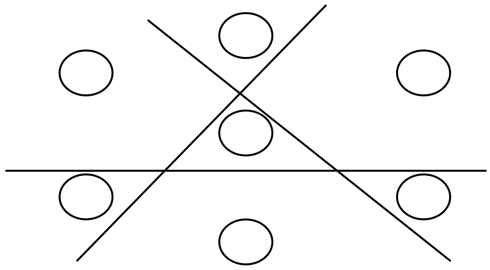
# 2. Dezember 2009

**Nikolausaufgabe.**

Der Nikolaus will bei seiner Arbeit nicht gestört werden. Seine Helferlein sind davon natürlich nicht begeistert und deshalb legt der gute Nikolaus jedes Mal ein Rätsel vor die Tür, das seine Helferlein lösen müssen, wenn sie mit ihm reden wollen.
So auch dieses Mal. Gerade hat Knecht Ruprecht angerufen und mitgeteilt, dass er krank ist – so etwas muss natürlich gleich der Nikolaus erfahren! Aber das Rätsel ist nicht einfach...
Auf einem Blatt Papier liegen 7 Geldstücke. Der Nikolaus schreibt: Du sollst durch drei gerade Linien das Blatt so aufteilen, dass jede Münze in einem extra Fach liegt.



Lösung:



# 3. Dezember 2009

**Weihnachtsaufgabe.**

Der Weihnachtsmann lädt den Osterhasen und das Christkind zum Abendessen ein. Auf dem gedeckten Tisch liegen drei verschiedene Arten von Brötchen. Es gibt gleich viele Brötchen mit Fisch, mit kaltem Braten und mit Käse. Die Brötchen werden auf den Weihnachtsmann und seine zwei Kollegen aufgeteilt, so dass jeder gleich viele hat. Der Weihnachtsmann hat doppelt so viele Käsebrötchen wie sein Kollege Osterhase, dafür aber nur 1/3 so viele Brötchen mit kaltem Braten wie sein Kollege Christkind. Jeder hat weniger als 6 Brötchen gegessen. Wie viele Brötchen mit Fisch hat der Weihnachtsmann gegessen?

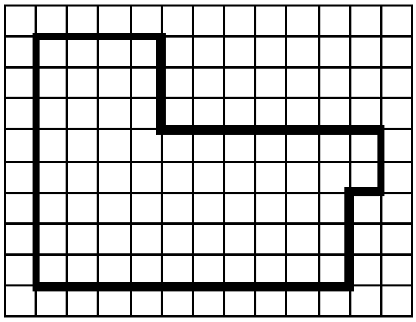
Lösung:

| Weihnachtsmann | Osterhase | Christkind |
|---|---|---|
| Käse | | |
| Käse | Käse | Käse |
| | | kalter Braten |
| | | kalter Braten |
| kalter Braten | | kalter Braten |
| | Fisch | |
| | Fisch | |
| Fisch | Fisch | |

| Weihnachtsmann | Osterhase | Christkind |
|---|---|---|
| Käse | | Käse |
| Käse | Käse | Käse |
| | | kalter Braten |
| | | kalter Braten |
| kalter Braten | kalter Braten | kalter Braten |
| | Fisch | |
| Fisch | Fisch | |
| Fisch | Fisch | |

# 4. Dezember 2009

A 5.4 Auf kariertem Papier ist folgende Figur aufgemalt:



Wenn man sich einmal die Mühe macht, die Kästchen in der Figur auszuzählen, so stellt man fest, dass es genau 64 sind. Das sind bekanntlich $8 \cdot 8$, also sollte es doch möglich sein, die Figur entlang der Kästchenkanten so in genau zwei Teile zu zerteilen, dass man aus ihnen ein Quadrat der Seitenlänge 8 zusammenlegen kann, oder?

## Lösung:

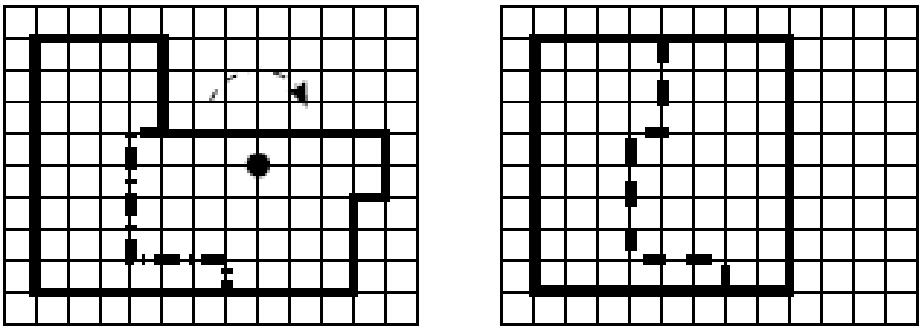


Abbildung 5.1: Schnitt, der die Figur in ein Quadrat überführt

# 5. Dezember

Peter besitzt sieben köstliche Zimtsterne, Lena hat fünf und Max leider gar keine. Deshalb beschließen sie die Zimtsterne gerecht untereinander aufzuteilen.
Max freut sich darüber und bedankt sich, indem er Ihnen im Gegenzug zwölf Lebkuchen schenkt. Wie müssen Lena und Peter die Lebkuchen untereinander aufteilen?

## Lösung:

Jeder hat 4 Zimtsterne gegessen, deswegen gab Peter 3 Sterne ab, Lena – 1. Peter gab 3 Mal soviel ab wie Lena. Peter bekommt 9 Lebkuchen und Lena – 3.

## 6. Dezember

Ein bis an den Rand mit leckerem Kirschpunsch gefüllter Topf wiegt fünf Kilogramm. Der gleiche nur bis zur Hälfte gefüllte Topf bringt 3,5 Kilogramm auf die Waage. Wie viel Punsch passt in den Topf?

### Lösung:

Die Hälfte vom Punsch wiegt: 5 Kilogramm – 3,5 Kilogramm = 1,5 Kilogramm.
In den Topf passt 3 Kilogramm Punsch.

## 7. Dezember

Der Weihnachtsmann nimmt sich immer eine halbe Stunde Zeit, um den Weihnachtsstollen genüsslich zu essen.
Knecht Ruprecht sitzt sogar doppelt so lange in seinem kuscheligen Sessel und erfreut sich an dem Stollen, während das rotnasige Rentier Rudolf den Stollen in nur fünf Minuten hinunterschlingt.
Wie viel Zeit benötigen sie, um einen Weihnachtsstollen gemeinsam zu essen?

### Lösung:

In 1 Stunde essen: der Weihnachtsmann – 2 Stollen, Ruprecht – 1 Stollen, Rudolf – 12 Stollen, alle zusammen – 15 Stollen. Einen Stollen werden alle zusammen in 4 Minuten essen.

## 8. Dezember

Der Weihnachtsmann stellt Kindern an Weihnachten folgendes Rätsel: „Schreibe eine beliebige ganze Zahl auf. Addiere 5. Multipliziere das Ergebnis mit 18. Subtrahiere davon das Dreifache der zuerst gewählten Zahl. Dividiere das letzte Ergebnis durch 15! Subtrahiere noch deine gedachte Zahl!“
Schreibe alle Rechenschritte mit zwei beliebigen ganzen Zahlen auf.
Zeige, dass immer die gleiche Zahl herauskommt.

### Lösung:

Es kommt immer 6 heraus:
$(((((x+5)*18)-3x)/15)-x) = (((18x+90-3x)/15)-x) = ((15x+90)/15)-x = x+6-x = 6$

## 9. Dezember

Auf einem Tisch liegen viele Geschenke, die noch eingepackt werden müssen. Wenn der Weihnachtsmann vier, fünf oder sechs Geschenke zu einem Paket schnürt, bleibt immer ein Geschenk übrig. Wenn er aber sieben Geschenke zusammen packt, bleibt keines übrig.
Wie viele Geschenke liegen auf dem Tisch?

## Lösung:

Die Anzahl n von Geschenke ist mit dem Rest 1 durch den kleinsten Vielfachern von den Zahlen 4, 5 und 6 teilbar. KgV(4,5,6)=60, deswegen ist $n = 60k + 1$, wobei $k \geq 0$ eine beliebige ganze Zahl ist. Diese Zahl soll auch durch 7 teilbar sein. Die kleinste Zahl dieser Art ist 301, die nächste – 721 usw.

# 10. Dezember

Laura hat zwei Töpfe mit einem Volumen von drei und fünf Litern. Wie schafft sie es, nur durch Umfüllen von Punsch genau vier Liter im großen Topf zu haben?

## Lösung:

Sie füllt den großen Topf voll, danach schüttelt sie aus dem großen Topf in den kleinen Topf 3 L und macht den kleinen Topf vom Punsch frei. Im großen Topf hat sie nun 2 L Punsch.
Diese zwei Liter schüttelt sie in den kleinen Topf, füllt wieder den großen Topf voll und schüttelt aus dem großen Topf in den kleinen Topf mit 2 L Punsch soviel Punsch aus, bis der kleine Topf voll wird, d. h. 1 L. Im großen Topf bleiben 4 L Punsch.

# 14. Dezember

Um nicht aus der Übung zu kommen, fahren zwei Rentierschlitten auf einer kreisförmigen Schneebahn in die gleiche Richtung. Sie begegnen sich dabei jede Stunde einmal. Nachdem dies zu langweilig geworden ist, fahren sie bei gleichen Geschwindigkeiten auf der gleichen Bahn in entgegengesetzte Richtungen. Dabei treffen sie sich alle halbe Stunde.
Wie lange braucht jeder Rentierschlitten um eine komplette Runde auf der kreisförmigen Bahn zu drehen?

## Lösung:

Da die beiden Schlitten bei Bewegung in gleiche Richtung sich nur einmal stündlich treffen, ist einer schneller als der andere. Wenn beide in die gleiche Richtung fahren, fährt der erste, schnellere, Rentierschlitten in einer Stunde, zwischen den Treffen, die ganze Schneebahn und noch den Teil, das der 2. Rentierschlitten in einer Stunde zuruecklegt. Damit legt der erste, schnellere, Rentierschlitten in einer halben Stunde eine Strecke zurueck, die gleich der halben Schneebahn zusammen mit der Haelfte der Strecke, die der zweite Schlitten in einer Stunde zuruecklegt, ist.
Bei Bewegung in entgegengesetzte Richtungen, legt der 1. Rentierschlitten zwischen ihren Treffen die Hälfte der Schneebahn und noch die Hälfte von dem Teil, das der 2. Rentierschlitten in einer Stunde fährt, zurueck. Der zweite Rentierschlitten schafft in dieser halbe Stunde auch die Hälfte von dem Teil, den er in einer Stunde zuruecklegt.
Andererseits umrunden in dieser halbe Stunde die beiden zusammen die ganze Schneebahn, was bedeutet, dass der zweite Rentierschlitten in einer halbe Stunde einen Viertel der Schneebahn abfaehrt. Somit schafft er die ganze Bahn in 2 Stunden.

Der 1. Rentierschlitten fährt in einer halben Stunde drei Viertel der ganzen Bahn, was bedeutet, dass er die ganze Bahn in $\frac{2}{3}$ Stunde = 40 Minuten schafft.

## 15. Dezember

Draußen schneit es unaufhörlich. Der Schnee legt sich dabei gleichmäßig auf der Straße nieder und behindert dadurch Fußgänger und Autofahrer. 70 Schneeschipper schaffen es in 24 Tagen den gesamten Schnee wegzuräumen und 30 Schneeschipper schaffen dies in 60 Tagen. Wie lange bräuchten 20 Schneeschipper um den gesamten Schnee beiseite zu schaffen?

### Lösung:

Ein Schneeschipper räumt in einem Tag die Schneemasse S auf. Also räumen die 70 Schneeschipper in 24 Tagen die Schneemasse 70*24*S = 20*84*S auf, was bedeutet, dass 20 Schneeschipper diese Schneemasse in 84 Tagen aufgeräumt hätten.
30 Schneeschipper räumen in 60 Tagen die Schneemasse 30*60*S = 20*90*S auf, was bedeutet, dass die 20 Schneeschipper diese Schneemasse in 90 Tagen aufgeräumt hätten.
Die beide Schneemassen unterscheiden sich um die Schneemasse, die in 60-24 = 36 Tagen runter gefallen ist. Für diese zusätzliche 36-tägige Schneemasse brauchen die 20 Schneeschipper 90-84 =6 Tage Mehrarbeit. Somit können wir feststellen, das die 20 Schneeschipper es in einem Arbeitstag schaffen eine 6-tägige Schneemasse wegzuräumen, denn 36:6=6.
Also, räumen die 30 Schneeschipper in einem Tag eine 3/2 *6= 9- tägige Schneemasse auf.
Da die 30 Schneeschipper bis zum vollständigen Aufräumen 60 Tage gearbeitet haben, haben sie in dieser Zeit 9*60=540- tägige Schneemasse weggeräumt.
Nun ist aber in 60 Tagen nur eine 60-tägige Schneemasse runter gegangen. Deswegen haben die 30 Schneeschipper die noch vor der Arbeitsaufnahme liegende 540-60=480 tägige Schneemasse auch aufgeräumt.
Also lag vor der Arbeitsaufnahme eine 480-tägige Schneemasse.
Die 20 Schneeschipper räumen an einem Tag eine 6-tägige Schneemasse, d.h. dass sie an jedem Arbeitstag noch die 5-tägiege Schneemasse von der noch vor der Arbeitsaufnahme liegenden Schneemasse wegräumen. Da sie eine 480–tägige Schneemasse aufräumen müssen, brauchen sie dafür 480:5=96 Tage.

## 16. Dezember

Ein Elf wollte dem Weihnachtsmann ein Geschenk machen und bastelte deshalb aus 27 kleinen Würfeln der Länge 1cm einen großen Würfel mit der Seitenlänge 3cm. Da dies aber recht gewöhnlich aussah, nahm er alle acht Eckwürfel ab.
Wie hat sich dadurch die Oberfläche des großen Würfels verändert?

### Lösung:

Sie hat sich dadurch nicht verändert.