1. LGH-Mathematik Adventskalender

für Klassen 7-9

15 Aufgaben mit Lösungen

Erika Ditler

Dr. Olga Lomonosova

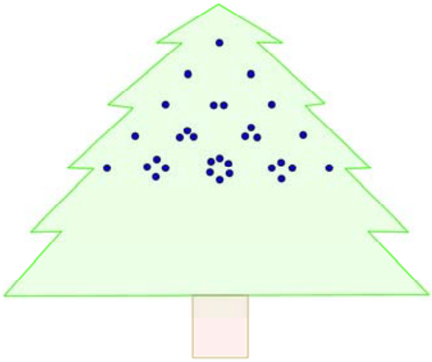
Dr. Albert Oganian

haben die Aufgaben und Lösungen vorbereitet.

Schuljahr 2008/2009

1. Dezember 2008

Auf dem Weihnachtsbaum des LGH hängen 7 Lichterketten, je eine Lichterkette in einer Reihe. Die Seite des Weihnachtsbaums, die von der Schule aus gesehen werden kann, und die Seite, die man von der Mensa aus sieht, sehen genau gleich aus. Die oberste Reihe besteht aus 2 Lampen. In der nächsten Reihe sind 4 Lampen angebracht. Die obersten fünf Reihen sehen (von der Mensa aus betrachtet) wie auf dem Bild aus. Vervollständige das Bild mit dem 6. und dem 7. Reihen und bestimme wie viele Lampen insgesamt auf dem Baum hängen.



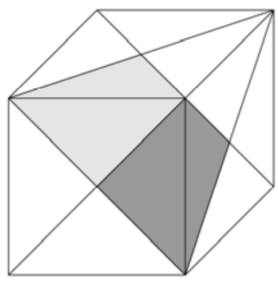
Zusatzfrage: Wie viele Lampen wären auf dem Weihnachtsbaum, wenn es **n** Reihen wäre? (**n** ist eine beliebige natürliche Zahl).

Lösung: Das Bild zeigt die 5 ersten Reihen des Pascalschen Dreiecks. In der 6. Reihe hängen:1, 5, 10, 10, 5 und 1 Lampen. In der 7. Reihe hängen: 1, 6, 15, 20, 15, 6, 1. In der 1. Reihe hängt 1 Lampe; in der 2. - 2; in der 3. - 4 =2^2; in der 4. - 8 = 2^3. So kann man also folgende Gesetzmäßigkeit erkennen: in der Reihennummer n hängen 2^{n-1} Lampen. Also hängen auf dem Weihnachtsbaum auf einer Seite 1+2+4+8+16+32+64 = 127 Lampen und insgesamt 2*127 = 254 Lampen.

2. Dezember 2008

An einem WG-Abend beschloss eine WG Weihnachtsbaumschmuck in Form von Würfeln zu basteln. Diese Würfel hatten eine Kantenlänge von 1 cm und die Seiten der Würfel wurden mit 1 cm^2 großem farbigem Papier beklebt, wobei sie für einen Würfel verschiedene Farben benutzten. Irgendwann gesellte sich schließlich auch deren Mentor zu ihnen und machte folgenden Vorschlag: „Euer Schmuck wäre doch noch schöner, wenn ihr Quadrate der Größe 0,5cm^2 mit 12 unterschiedlichen Farben nehmt und jeden Würfel mit 12 dieser Quadrate beklebt.
Ist diese Idee des Mentors durchführbar? Wenn ja, male oder bastle solchen Würfel.

Lösung: Man klebt eine Diagonale des Quadrats auf die Kante des Würfels.



3. Dezember 2008

Es gibt drei grüne Bänder, die unterschiedlich lang sind und in ihrer Summe 30 cm ergeben. Außerdem gibt es fünf rote Bänder, die ebenfalls unterschiedlicher Länge sind, in ihrer Gesamtheit aber 30 cm ergeben. Kann man die grünen und roten Bänder so zurecht schneiden, dass jeweils ein rotes und ein grünes Band Bänderpaare ergeben, deren einzelne Bänder gleich lang sind, so dass ein schöner Tannenbaumschmuck entsteht?

Lösung: Man legt drei grüne Streifen nebeneinander und drei rote Streifen nebeneinander und die beiden 30 - Zentimeter langen Streifen untereinander und schneidet an jeder Stelle, wo ein Band endet den anderen unterliegenden durch.

4. Dezember 2008

Weil der Hase, der Bär und der Wolf dachten, sie seien die schlausten Tiere des Waldes, stellte der Weihnachtsmann ihnen ein Rätsel. Er sagte, er habe drei schwarze und zwei weiße Hüte. Anschließend verband der Weihnachtsmann den Tieren die Augen, setzte jedem einen schwarzen Hut auf und nahm ihnen dann die Augenbinden ab. Nun fragte er: „Könnt ihr mir sagen, welche Farbe euer Hut hat?“
Der Wolf antwortete: „Nein, ich könnte einen Fehler machen.“
Auch der Bär sagte: „Nein, ich könnte einen Fehler machen.“
Der Hase aber antwortete: „Ja, ich habe einen schwarzen Hut auf.“
Wie hat der Hase das herausgefunden?

Lösung: der Hase überlegt sich: „Hätte ich einen weißen Hut gehabt, dann hätte sich der Bär überlegt: „Hätte ich (Bär) den weißen Hut, dann hätte der Wolf sofort gesagt, dass er den schwarzen hat, da es nur zwei weiße gibt. Da aber der Wolf nicht wusste welche Farbe sein Hut hat, muss ich also den schwarzen Hut haben“. So könnte der Bär überlegen. Da aber der Bär auch nicht wusste, welche Farbe sein Hut hat, kann ich (Hase) nicht den weißen haben“, schließt der Hase seine Überlugungen ab.

5. Dezember 2008

Es war einmal eine dunkle Nacht. Der Weihnachtsmann, Schneewittchen, Frau Holle und ein Schneemann standen am Ufer eines zugefrorenen Flusses. Sie wollten ihn überqueren, doch das Eis war zu dünn, als dass man hätte darüber laufen können. Die einzige Möglichkeit den Fluss zu überqueren, war eine schmale Brücke, auf der höchstens zwei Gestalten gleichzeitig laufen konnten. Da es sehr dunkel war, musste man eine Taschenlampe bei sich haben um über die Brücke gehen zu können. Allerdings hatten sie nur eine Taschenlampe dabei.
Schneewittchen konnte die Brücke in 1 Minute, der Weihnachtsmann in 2, der Schneemann in 5 und Frau Holle in 10 überqueren.
Wie schnell können die vier Gestalten das andere Ufer erreichen?

Lösung: 17 Minuten. Zuerst Schneewittchen und der Weihnachtsmann (2 min), dann Schneewittchen zurück (1 min). Dann Frau Holle und der Schneemann (10 min), dann aber der Weihnachtsmann zurück (2 min) und am Ende wieder Schneewittchen und Weihnachtsmann (2 min)

6. Dezember 2008

Es war einmal ein Königreich mit 10 Wasserquellen, die von eins bis neun nummeriert waren.
Das Wasser unterschied sich im Geschmack nicht von dem uns bekannten, doch wirkte es wie ein tödliches Gift, wenn man es trank. Um nicht zu sterben, wenn man versehentlich von einer Quelle trank, musste man von einer anderen Quelle trinken, deren Nummer höher war, als die der Quelle, aus der man zuerst getrunken hatte. Jedermann wusste so sich die Quellen 1-9 befanden und hatte Zugang zu ihnen. Die Quelle mit der Nummer 10 war nur der bösen Hexe bekannt und zugänglich.
So war der Weihnachtsmann auf dem Weg ins LGH, um den lieben Kindern ihre Geschenke zu bringen, als ihm die böse Hexe den Weg versperrte. Sie wollte all seine Geschenke, doch er machte ihr ein Angebot: Jeder soll dem anderen ein Glas Wasser anbieten, das derjenige dann auch austrinken muss. Der Überlebende bekomme die Geschenke. Die Hexe willigte ein, in dem Glauben, dass sie auf jeden Fall überleben wird. Alle Kinder erfreuten sich am Weihnachtstag den tollen Geschenken, die der Weihnachtsmann ihnen gebracht hatte. Wie hat er das geschafft?

Lösung: **Der Weihnachtsmann trank vor dem Treffen aus der 1. Quelle und gab der Hexe das normale Wasser**.

7. Dezember 2008

Zwölf Leute gehen zu einer Weihnachtsfeier und bringen insgesamt 12 Stollen mit.
Die Männer tragen je 2 Stollen, die Frauen je einen halben und die Kinder je einen Viertel Stollen. Wie viele Männer, Frauen und Kinder wollen zur Weihnachtsfeier?

Lösung: zur Weihnachtsfeier wollen 4 Männer, 8 Frauen und 0 Kinder.

8. Dezember 2008

An unserer Schule gibt es 183 Schüler und jeder von ihnen hat einen Safe. Am späten Abend werden diese immer abgeschlossen. Abgesehen davon leben 183 Geister am LGH. Die Geister wissen, dass am 19.12.2008 am LGH ein Weihnachtsball stattfindet und dass das Internat deswegen bis 1:.00 Uhr leer ist. Der erste Geist öffnet genau um Mitternacht am 19.12.2008 alle Safes. Der 2. Geist schließt dann alle Safes mit einer geraden Nummer. Der 3. Geist ändert dann den Zustand der Safes, die sich durch 3 teilen lassen. Das heißt er schließt Safes, die offen waren und öffnet diejenigen, die geschlossen waren. Der 4. Geist ändert dann die Zustände der Safes, die sich durch 4 teilen lassen und so weiter. Der 183. Geist ändert den Zustand des Safes mit der Nummer 183. Danach verschwinden alle Geister wieder. Wie viele Schüler werden am Morgen des Familientages am 20.12.2008 Erschreckenderweise feststellen, dass ihre Safes offen sind?

Lösung: Die richtige Antwort ist 13 → Da jede Zahl, abgesehen von Quadratzahlen, eine gerade Anzahl von Teilern hat, werden alle Safes außer denjenigen mit der Quadratzahlnummer am Ende wieder geschlossen. Unter der Zahl 183 gibt es 13 Quadratzahlen.

9. Dezember 2008

Auf der Weihnachtsfeier wird Simon gefragt, wie viele Geschwister er hat. Und als er antwortet, dass er genau so viele Brüder wie Schwestern hat, ruft seine kleine Schwester Lisa gleich dazwischen, dass sie nur halb so viele Schwestern wie Brüder hat.
Nun ist Dir doch auch sofort klar, wie viele Jungen und wie viele Mädchen in der Familie leben.

Lösung: 4 Jungen und 3 Mädchen

10. Dezember 2008

Da gewünscht wurde, dass wir Schüler Desserts für den Weihnachtsball machen, backte jemand rechteckige Plätzchen. In jedem Plätzchen wiederum gab es ein rechteckiges Loch. So waren die Maße (Länge etc.) aller Plätzchen und deren Löcher gleich, wobei alle Plätzchen unterschiedlich waren, weil die Löcher immer an verschiedenen Stellen waren. Nun gab es leider genau halb so viele Plätzchen wie Gäste.
Wie kann man jedes Plätzchen mit einem Schnitt so teilen, dass alle Gäste Plätzchen derselben Masse erhalten? Zeichne das entsprechende Bild.

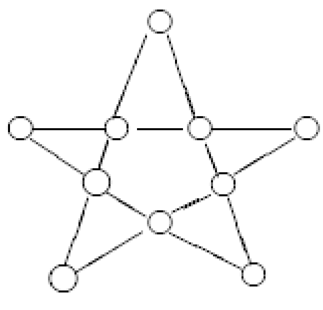
Lösung: Man soll den Schnitt durch die Schwerpunkte des Plätzchens und des Loches ziehen.

11. Dezember 2008

Auf dem Weihnachtsball am LGH tanzte jeder Herr genau mit 3 verschiedenen Damen und jede Dame genau mit drei verschiedenen Herren.
Zeige, dass es auf dem Ball genauso viele Damen wie Herren gab!
Lösung: Sei h die Anzahl der Herren, dann tanzte auf dem Weihnachtsball 3h Paaren. Sei d die Anzahl der Damen, dann tanzte auf dem Weihnachtsball 3d Paaren. Also 3h=3d oder h = d.

15. Dezember 2008

Die 10 Punkte des Weihnachtssterns sollen so mit den Zahlen 1 bis 10 belegt werden, dass auf jeder Geraden (mit 4 Punkten) dieselbe Summe erscheint.



Lösung: alle Zahlen können, z. B. gleich 1 sein. In der Aufgabenstellung steht nicht, dass alle Zahlen unterschiedlich sind. Unter dieser Bedingung gäbe es keine Lösung.

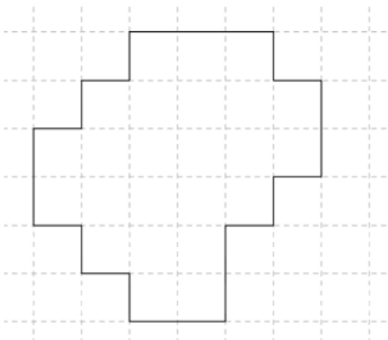
16. Dezember 2008

Der Weihnachtsmann ist am 16. Dezember aus seinem Haus 5 km nach Süden gegangen, hat einen schönen Tannenbaum gesehen, danach ist er 5 km nach Osten gegangen, hat seinen guten Freund den Bär getroffen und ist mit ihm 5 km nach Norden zu seinem Haus gegangen. Zu Hause hat der Weichnachtsmann mit seinem Gast dem Bär eine Partie Schach gespielt.
Wo ist das Haus des Weichnachtsmannes und welche Farbe hat sein Freund der Bär?

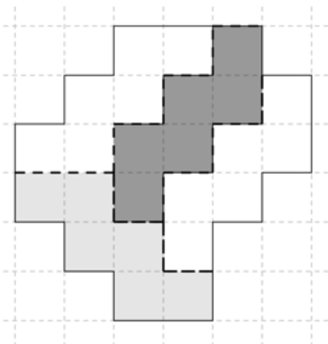
Lösung: Sein Haus liegt am Nordpol und die Farbe ist weiß.

17. Dezember 2008

Teile diese Figur in 4 kongruente Figuren.



Lösung:



18. Dezember 2008

Ein kleiner Schneemann, den die Schüler aus der Klasse 7 gebaut haben, isst alle Schneebälle, die alle LGH-Schüler in den letzten Wochen geworfen haben, in 10 h. Die beiden großen Schneemänner, die jeweils von den Schülern aus den Klassen 8 und 9 gebaut wurden, essen jeder doppelt so schnell. Wie lange brauchen alle drei Schneemänner, wenn sie die LGH-Schneebälle gemeinsam essen?

Lösung: sei a die Anzahl von Schneebälle. Dann sind a:10 und 2a:10 jeweils die Essensgeschwindigkeiten des kleinen Schneemannes und des großen Schneemannes. Die drei Schneemänner essen alle zusammen mit der Essensgeschwindigkeit 2*(2a:10)+ a:10 = a:2 und die brauchen a : (a : 2) = 2 Stunden, um alle LGH-Schneebälle zu essen.